المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الإحصاء

التعليم الثانوي - نظام المسارات
السنة الثالثة

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة 1447 - 2025

يوزع مجاناً ولا يباع

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

ⓒ المركز الوطني للمناهج ، ١٤٤٦هـ

المركز الوطني للمناهج
الإحصاء - التعليم الثانوي - السنة الثالثة - نظام المسارات./ المركز الوطني للمناهج. - الرياض ، ١٤٤٦هـ
١٨٤ ص ؛ ٢١ x ٢٥,٥ سم

رقم الإيداع : ١٨٢١٧ / ١٤٤٦
ردمك : ٣- ٨٣ - ٨٥٣٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"

ien.edu.sa

أعزاءنا المعلمين والمعلمات، والطلاب والطالبات، وأولياء الأمور، وكل مهتم بالتربية والتعليم:
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.

fb.ien.edu.sa

أخي المعلم/أختي المعلمة، أخي المشرف التربوي/أختي المشرفة التربوية:
نقدر لك مشاركتك التي ستسهم في تطوير الكتب المدرسية الجديدة، وسيكون لها الأثر الملموس في دعم العملية التعليمية، وتجويد ما يقدم لأبنائنا وبناتنا الطلبة.

fb.ien.edu.sa/BE

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المقدمة

الحمد الله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، وبعد:

يشــهد العالم اســتخدامًا متزايدًا لمجالات الإحصاء وعلم البيانات، وعصرًا معلوماتيًّا متسارعًا، وتطورًا تقنيًّا متواصلًا، جعل الكثير من الدول تطوّر خططها الاستراتيجية؛ لتواكب هذا التطور الهائل. وتعدّ المملكة العربية الســعودية من الــدول التي حرصت على بناء اســتراتيجية محكمة؛ برزت في رؤية المملكــة 2030 بقيادة خادم الحرمين الشــريفين الملك ســلمان بن عبد العزيز آل ســعود، وولي عهده الأمين صاحب الســمو الملكي الأمير محمد بن سلمان آل سعود.

ومن باب المساهمة الفاعلة في تحقيق مستهدفات الرؤية حرصت وزارة التعليم على تطوير الخطط والمناهج الدراســية في جميع المراحل؛ لإعداد الطلاب لمتطلبات البرامج الأكاديمية في المرحلة الجامعية، وبشــكل يلائم متطلبات ســوق العمل. وقد قررت وزارة التعليم تدريس (مادة الإحصاء) في السنة الثالثة من المرحلة الثانوية، في مساري الصحة والحياة، وإدارة الأعمال، لتعزيز اكتساب الطلاب المهارات الأساسية الداعمة لهذين المسارين.

ويتميــز هــذا الكتاب بتركيزه على تنمية المهــارات الإحصائية وتعميقها لدى الطــلاب، مع تزويدهم ببعض مبادئ البحث العلمي الأساسية التي يحتاجونها، ويأتي ذلك ضمن إطار مشوِّق يتضمن:

- محتــوى متكاملًا ومترابطًا؛ يشــتمل على إجراءات رياضيــة، وتمثيلات بيانية، ومبــادئ مهمة في الإحصاء والاحتمالات.
- سياقات واقعية متنوعة؛ تساعد الطالب على التفاعل مع محيطه، متوافقة مع توجهات كل مسار على حدة.
- مهارات التفكير الناقد وحل المشــكلات، ســواء فيما يتعلق بالمحتوى الإحصائي أو بالسياقات المتضمنة في هذا المحتوى.
- تطبيقات تقنية تستهدف الجوانب الآتية:

1. حل مسائل إحصائية، وتمثيل بيانات باستخدام برنامج (الجداول الإلكترونية) لكل مسار على حدة، مع إدراج تمارين مساندة؛ ليتحقق الطالب من استيعابه لإجراءات التطبيق.
2. توظيف تقنيات متنوعة لتحقيق المزيد من التعلم، ودعم تفاعل الطلاب، مع التنوع فيها بين تطبيقات التعلم وتطبيقات البحث العلمي.
3. تنمية مهارات البحث العلمي، ومتطلبات إجراء الدراسات المسحية وغيرها من الدراسات.
4. تسليط الضوء على جهود الهيئة العامة للإحصاء؛ باعتبارها إحدى أدوات تفعيل الرؤية، كما أنها تسهم في إبراز دور الإحصاء في التبصير بقضايا ومشكلات الواقع المحلي وتقديم الحلول ودعم التنمية.

ختامًا؛ نأمل أن يقدم هذا الكتاب ما ينفع أبناءنا الطلاب، ويلبي احتياجاتهم، ويحقق طموحاتهم.

والله ولي التوفيق.

فهرس المحتويـات

الدرس	الصفحة
الفصل الأول: مبادئ علم الإحصاء	**7**
الدرس الأول: مفاهيم علم الإحصاء الأساسية	8
الدرس الثاني: أنواع العينات	18
الدرس الثالث: مصادر البيانات وطرق جمعها	22
تقويم ختامي	29
تطبيقات - مسار الصحة والحياة	33
تطبيقات - مسار إدارة الأعمال	39
مشروع الفصل	46
الفصل الثاني: عرض البيانات وتلخيصها	**47**
الدرس الأول: التوزيعات التكرارية	48
الدرس الثاني: التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية	58
الدرس الثالث: مقاييس النزعة المركزية	65
الدرس الرابع: مقاييس التشتت	72
تقويم ختامي	76
تطبيقات - مسار الصحة والحياة	78
تطبيقات - مسار إدارة الأعمال	97
مشروع الفصل	112

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

فهرس المحتويـات

الدرس	الصفحة
الفصل الثالث: الارتباط والانحدار الخطي	**113**
الدرس الأول: الارتباط	114
الدرس الثاني: الانحدار الخطي البسيط	126
تقويم ختامي	131
تطبيقات - مسار الصحة والحياة	134
تطبيقات - مسار إدارة الأعمال	141
مشروع الفصل	148
الفصل الرابع: نظرية الاحتمالات	**149**
الدرس الأول: المتغيرات العشوائية	150
الدرس الثاني: الاحتمالات	155
الدرس الثالث: التوزيعات الاحتمالية المنفصلة	163
الدرس الرابع: التوزيعات الاحتمالية المتصلة	169
تقويم ختامي	174
تطبيقات - مسار الصحة والحياة	176
تطبيقات - مسار إدارة الأعمال	179
مشروع الفصل	182
الملحق	183

الفصل الأول

مبادئ علم الإحصاء

Principles of Statistics



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مفاهيم علم الإحصاء الأساسية
Basic Concepts of Statistics

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في علم الإحصاء.
- أميّز فرعي الإحصاء الوصفي والاستدلالي، وتطبيقاتهما.
- أميّز العينة الإحصائية، والمجتمع الإحصائي وأنواعه.

- **ما** مفهوم علم الإحصاء؟
- **لماذا** ندرس الإحصاء؟
- **كيف** يمكن أن تساعدني دراسة الإحصاء في مسيرتي المهنية؟

كل يوم تقريبًا نتعرض لنتائج دراسة إحصائية، فعلى سبيل المثال:

(عدد إصابات فايروس كورونا المستجد خلال عام 2020م في المملكة العربية السعودية 814,465 حالة)، وهذا التقرير هو نتيجة دراسة إحصائية.



الإحصاء أحد العلوم الرئيسة التي تدخل في العديد من مجالات الحياة، حيث يعتمد على بيانات يتم جمعها من مصادر موثوقة، ثم يستخدم النظريات العلمية والبرامج المتقدمة؛ لتحليل ومعالجة البيانات بطرق علمية للوصول إلى نتائج أو استنتاجات أو تنبؤات بحوادث معينة، يتم من خلالها اتخاذ القرار الصحيح المتعلق بمشكلة قيد الدراسة.

لذلك هناك مجموعة من المصطلحات ترتبط ارتباطًا وثيقًا بعلم الإحصاء، وتتمثل في: المشكلة قيد الدراسة، القرار السليم، دقة المعلومات، كفاية المعلومات، التحليل، الاستدلال، وبشكل عام يشمل علم الإحصاء كل المصطلحات السابقة والمرتبطة بها.

إثراء معنى الإحصاء

ورد معنى (الإحصاء) في القرآن الكريم، قال تعالى: ﴿لِّيَعْلَمَ أَن قَدْ أَبْلَغُوا۟ رِسَٰلَٰتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَىٰ كُلَّ شَىْءٍ عَدَدًا ﴿٢٨﴾﴾ (سورة الجن، آية 28) وهو علم يقوم على العد والتوضيح والبيان والتثبت والضبط والحكمة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

نشأة علم الإحصاء

اعتمد الإنسان على تأملاته من أجل البحث عن الحقائق المحيطة به، حيث كانت هذه هي الطريقة الأساسية للبحث، ثم انتقل من بحثه عبر التأمل إلى الاعتماد على طريقة الملاحظة، ثم بدأ بالتجربة كوسيلة للبحث عن الحقيقة. وقد تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة بجهود العلماء، حتى أصبح علمًا مستقلًا له مبادئه ومفاهيمه الخاصة به.

ورغم النشأة المبكرة لهذا العلم إلا أن أهميته اقتصرت لدى أغلب الدول والحكومات على بعض المعلومات الاجتماعية الخاصة بالتنظيم والتخطيط، وتركز الجهد الأكبر على التعداد السكاني؛ بغرض تنظيم المباني أو جمع الضرائب وتخطيط الأراضي السكنية والزراعية وحصر الثروات، ومع تطور علم الرياضيات وظهور النظريات الاحتمالية في القرن الثامن عشر؛ تطور علم الإحصاء بشكل متسارع، ولما دخلت التقنيات الرقمية وهيمنت في القرن الحادي والعشرين ظهرت تطبيقات هذا العلم في جميع مجالات العلوم، مثل: المجالات الحيوية والإدارية ونحوها؛ لحل المشكلات ومواجهة التحديات ووضع التنبؤات وبناء الخطط المستقبلية.

ويعد استخدام الأسلوب الإحصائي في أي دراسة الوسيلة المأمونة التي يمكن أن تضمن تحقيق الأهداف المرجوة من إجراء هذه الدراسة، سواء كان الهدف التعرف على نواحي معينة لبعض الظواهر الاجتماعية أو الاقتصادية، أو دراسة مشكلة معينة قائمة أو متوقعة ووضع الحلول المناسبة لها.



كان للعرب والمسلمين إسهامات مميزة في تطوير علم الإحصاء؛ فقد ناقش الخليل بن أحمد الفراهيدي مفهوم التباديل، وقدم الكندي إسهامات في الاستدلال الإحصائي، كما ناقش ابن عدلان تأثير حجم العينة الإحصائية.

مصطلحات علم الإحصاء

الإحصاء (Statistics): هو العلم الذي يهتم بالأساليب العلمية؛ لجمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها وتحليلها؛ للوصول إلى نتائج موثوقة تدعم اتخاذ القرار السليم.

علم الإحصاء له علاقات متبادلة مع العلوم الأخرى، حيث يؤثر فيها ويتأثر بها في نطاق تطوره المستمر؛ من خلال التقدم التقني المعاصر، وتحتل الأساليب والنظريات الإحصائية مكانة بارزة في العلوم المختلفة مثل العلوم الصحية والإدارية وتعد أساس تطورها، وبناءً على ذلك ظهر الإحصاء الحيوي والإداري.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الإحصاء الحيوي (Biostatistics): هو تطبيق الأساليب الإحصائية في تجارب على موضوعات في علم الأحياء، ويتضمن ذلك تصميم الاختبارات الحيوية المتعلقة بالصحة والطب والزراعة، وجمع البيانات من هذه التجارب وتحليلها وتفسيرها.

الإحصاء في الإدارة (Statistics for Management): هو تطبيق الأساليب الإحصائية على الموضوعات المتعلقة بالإدارة، ويتضمن تصميم الاختبارات الإدارية المتعلقة بتحديد العجز والفائض المرتبطين بعوامل الإنتاج وموارد المؤسسة، وجمع البيانات من هذه التجارب وتحليلها وتفسيرها.

تطبيقات علم الإحصاء

يتم تطبيق علم الإحصاء في العديد من المجالات ومن أمثلة هذه التطبيقات:

- حساب المصروفات والنفقات، حيث يستخدم علم الإحصاء جنبًا إلى جنب مع مبادئ الحساب في تحديد حجم الميزانية والإيرادات والنفقات اليومية والشهرية بدقة.
- الدعاية والإعلان، حيث تستخدم مبادئ الإحصاء في قياس انتشار نوع من السلع أو الأدوية وتوظيف ذلك في الدعاية الخاصة بها للإعلان عنها.
- قياس الآراء والاتجاهات، حيث تستخدم أساليب الإحصاء في معرفة درجة رضا الأشخاص عن موضوع أو ظاهرة معينة.
- التنمية والتخطيط العمراني، حيث تستخدم تطبيقات الإحصاء في معرفة عدد السكان والمدن والمصانع والمدارس والمستشفيات في مختلف المناطق.
- التقارير الصحية، حيث تستخدم المقاييس الإحصائية في حساب عدد المرضى في مستشفى معين، وكذلك عدد الأشخاص المتعافين أو المصابين في حادث، وعدد الوفيات والمواليد السنوي وغيرها.
- التقارير الإدارية، حيث تستخدم المقاييس الإحصائية في قياس حجم المنتجات، وتكلفة إنتاجها، بالإضافة إلى تحديد عدد العاملين، ومتوسط أعمارهم، ونسب أجورهم.

تحقق من فهمك 1

1. هل يمكن أن نعرف علم الإحصاء بإيجاز بأنه علم جمع ووصف وتفسير البيانات؟ ناقش ذلك.
2. اذكر أمثلة على تطبيقات الإحصاء الحيوي.
3. وضّح أهمية الإحصاء في الإدارة.
4. وضح دور علم الإحصاء في حساب ميزانية المملكة العربية السعودية، وتحقيق الفائض المالي لها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

فروع الإحصاء

ينقسم علم الإحصاء إلى فرعين أساسيين يكمل كل منهما الآخر، الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي، حيث يتم عرض البيانات من خلال جداول التكرارات والرسوم البيانية في الإحصاء الوصفي، بينما يستخدم الإحصاء الاستدلالي عينة عشوائية من البيانات مأخوذة من مجتمع ما؛ لاستنتاج معلومات أو الخروج بتنبؤات عن هذا المجتمع.

ويمكن تعريف كلٍ منهما كالآتي:



الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics): هو فرع الإحصاء الذي يدرس طرق تنظيم البيانات وتلخيصها وعرضها، والغرض من التنظيم هو المساعدة في فهم المعلومات بصورة كمية مختصرة. ويتمثل في دراسة التوزيعات التكرارية، والرسوم البيانية، وحساب مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت.

مثال 1

أجريت دراسة على 1000 طالب وطالبة من المرحلة الثانوية؛ لمعرفة نسبة الطلاب والطالبات الذين يمارسون الرياضة في مدينة الأحساء، وخلصت النتائج إلى أن ما يقارب 90% من طلاب المرحلة الثانوية يمارسون الرياضة البدنية، فيما تمارسها 70% من الطالبات. صف نتائج هذه الدراسة.

الحل:

نلاحظ أن الدراسة توصلت بعد جمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها -بطرق ستتم دراستها لاحقًا- إلى نتيجة محددة مفادها: أن نسبة كبيرة من الطلاب والطالبات في المرحلة الثانوية يمارسون الرياضة البدنية.



إحصاءات وصفية

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



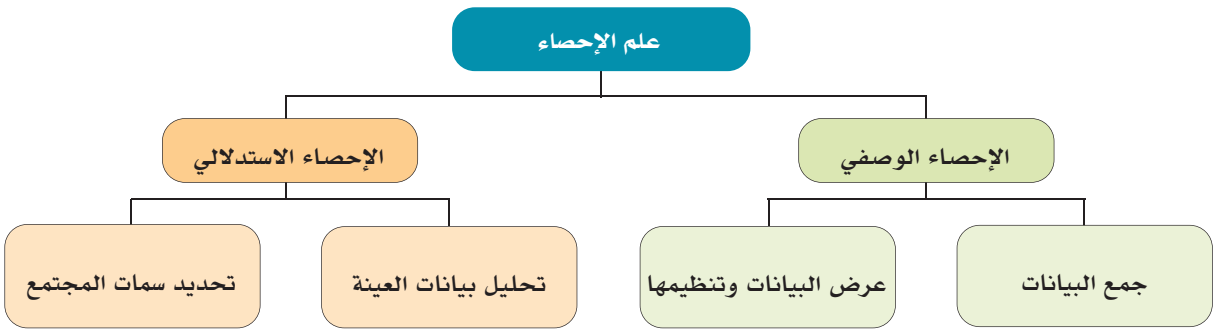
الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics): هو فرع الإحصاء الذي يدرس الأساليب الإحصائية التي تهدف إلى الاستدلال على سمات المجتمع، بناءً على المعلومات التي يتم الحصول عليها من العينة المأخوذة من ذلك المجتمع.

مثال 2

بالعودة لمثال (1) ما الذي يمكن استنتاجه عن طلاب وطالبات المرحلة الثانوية وفقًا للنتائج التي توصلت إليها الدراسة؟

الحل:

من المثال (1) يمكن الاستدلال على أن أغلب الذين يمارسون الرياضة البدنية هم من الطلاب، وعلى الرغم من أن الدراسة أجريت فقط على 1000 طالب وطالبة من المرحلة الثانوية إلا أن الاستنتاج (الاستدلال) شمل جميع طلاب وطالبات المرحلة الثانوية في مدينة الأحساء.



فروع الإحصاء

إن أهم ما يميز الإحصاء الوصفي أنه يهتم بعرض النتائج بطريقة كمية، بينما يطلق الإحصاء الاستدلالي تعميمات عامة حول النتائج. ويكمل كل فرع من هذين الفرعين الآخر، ونادرًا ما يتم الاستغناء عن أحدهما، خصوصًا في الأبحاث والدراسات التي يتم فيها استخلاص النتائج على شكل تعميمات أو تنبؤات.



تفكير ناقد

هل يمكن في بعض أنواع الدراسات الاكتفاء بالإحصاء الوصفي دون الاستدلالي؟ وهل يمكن الاكتفاء بالإحصاء الاستدلالي دون الوصفي؟ إن أجبت بنعم فأعط أمثلة.



تحقق من فهمك 2

1. اذكر فرعي الإحصاء، وعرف كلًّا منهما.
2. حدد فرع الإحصاء (وصفي أو استدلالي) في كل من العبارات الآتية:

a. أظهرت دراسة ما أن دخل الأسرة للأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين 25 و35 سنة يبلغ 9500 ريال.

b. أظهرت نتيجة دراسة إحصائية على 500 مريض يعانون من الحساسية بعد أن شفي منهم 430 مريضا باستخدام علاج الحساسية؛ أن العلاج المستخدم فعّال.

c. كشف تقرير لشركة مختصة في بحوث الأمن والسلامة؛ أن 8 من كل 10 إصابات أثناء العمل؛ كانت بسبب نقص وسائل الأمن والسلامة.

d. وفقًا لنتيجة دراسة قامت بها وزارة الداخلية انخفضت حوادث السيارات عام 2021م بمعدل 34% عن العام الذي سبقه؛ بسبب التوظيف الأمثل للتقنية في النظام المروري.

المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية

المجتمع الإحصائي (Population): وهو عبارة عن جميع المفردات في مكان الدراسة التي نرغب في معرفة حقائق عنها، سواء كانت كائنات حية أو غير حية. ويصنف المجتمع الإحصائي إلى نوعين:

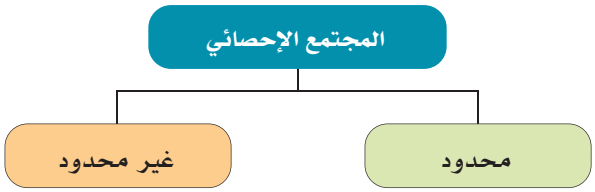
محدود: يكون عدد المفردات فيه محدودًا (قابلًا للعد). مثل:

- أجهزة غسيل الكلى في مستشفيات المنطقة الجنوبية من المملكة.
- الموظفون الحكوميون المسجلون في النفاذ الوطني الموحد.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

غير محدود: يكون عدد المفردات فيه غير محدود (غير قابل للعد). مثل:

- الأسماك في الخليج العربي.
- البكتيريا العنقودية في مستنبت نباتي.
- مستخدمو الإنترنت بتقنية الجيل الخامس.



تصنيف المجتمع الإحصائي

تحقق من فهمك 3

1. حدد نوع المجتمع الإحصائي في كل مما يأتي:
   a. المسلمون في العالم الذين أدوا فريضة الحج عام 2010م.
   b. حبات القمح في مزارع المملكة العربية السعودية.
   c. طلاب المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام 2020م.
   d. الموهوبون في جميع دول العالم.
2. اذكر مثالًا لمجتمع محدود، وآخر لمجتمع غير محدود.

عند جمع البيانات عن مجتمع ما فإنه من الصعب غالبًا جمع تلك البيانات عن جميع أفراد ذلك المجتمع بسبب:



الجهد: فجمع البيانات عن الأعداد الكبيرة لأفراد المجتمع عملية شاقة.

الوقت: حيث يتطلب ذلك وقتًا طويلًا، وهو ما قد يؤدي لتأخر ظهور النتائج.

المال: حيث يتطلب إنفاق أموال لتوفير الباحثين وأدوات جمع البيانات ومواد الدعم.

الخطـورة: قد يؤدي جمع البيانات عن جميع أفـراد المجتمع إلى تعريضهم لأخطار صحية أو مادية ونحوها؛ فعلى سـبيل المثال؛ عند الحاجة لتجربة أثر علاج ناجح لمرض السـرطان، أو إجراء تغيير جذري في الهيكل التنظيمي لقطاع ما، فقد يؤدي ذلك لإحداث أضرار كالوفاة أو خسائر مالية للقطاع، ولا يصح أن يمتد أثر هذه الأضرار لجميع أفراد المجتمع المسـتهدف بالدراسة. وللتغلب على ذلك يلجأ الباحثون لاختيار جزء من المجتمع يسمى العينة، حيث تخضع لمعايير معينة عند اختيارها؛ حتى تمثل المجتمع تمثيلًا مناسبًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

العينة الإحصائية (Sample): هي جزء من مفردات المجتمع الإحصائي؛ يتم اختياره بحيث يمثل أفراد المجتمع. وهو الأسلوب الشائع عند إجراء الدراسات والأبحاث الإحصائية.



العينة الإحصائية

ومن أمثله العينة:

- جزء من سكان مدينة طوكيو.
- ربع المراكز الصحية شمال منطقة الجوف.
- درجات بعض طلاب مادة الإحصاء في كلية علوم الحاسب والمعلومات.

ميزات استخدام العينة الإحصائية

- سهولة دراسة العينة مقارنةً بدراسة المجتمع بأكمله.
- دراسة العينة أقل (مال، وقت، جهد، خطورة) من دراسة المجتمع.
- إمكانية تعميم نتائج العينة على مجتمع الدراسة.

تحقق من فهمك 4

1. حدد المجتمع والعينة الإحصائيين في الحالات الآتية:
   a. في استطلاع للرأي، وزعت استبانة على 500 متفرج في ملعب رياضي يتواجد فيه 42000 متفرج.
   b. تمت مقابلة 250 طفلًا من الأطفال الذين زاروا معرض الكتاب العام الماضي، لدراسة احتياجاتهم من الألعاب التعليمية في المعرض.
2. أراد مسؤول في قطاع الدفاع المدني؛ تقييم مستوى جاهزية القطاع لمواجهة الأمطار الغزيرة والأخطار الناجمة عن السيول. اقترح المجتمع والعينة الإحصائيين المناسبين لذلك.
3. متى يمكن القول إن إجراء الدراسة على المجتمع الإحصائي بأكمله أفضل من اختيار عينة إحصائية؟

المعلمة والإحصاءة

المعلمة (Parameter): وصف عددي لمؤشرات المجتمع. ويعبّر عن المعلمة برموز من الحروف الإغريقية، مثل μ للمتوسط الحسابي للمجتمع، و σ للانحراف المعياري له، و P لنسبة مفردات المجتمع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثل:

- متوسط الأرباح الشهري لمركز تموينات داخل الحي هو μ = 2000 ريال.
- متوسط أعمار الأشجار المعمرة في الولايات المتحدة هو μ = 3500 عام.
- نسبة النجاح السنوي في المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية هو P = 99.6%

قراءة الرموز

الرمز	قراءته
μ	m–yoo (ميو)
σ	sig–ma (سيجما)
$\bar{x}$	X-par (اكس بار)
$\hat{p}$	p-hat (بي هات)

الإحصاءة (Statistic): وصف عددي لمؤشرات العينة، ويعبّر عن الإحصاءة برموز، منها $\bar{x}$ لمتوسط العينة، s للانحراف المعياري لها و $\hat{p}$ لنسبة مفردات العينة.

مثل:

- متوسط الدخل لعينة مكونة من 2000 أسرة في دولة الغابون $\bar{x}$ = 1430 $.
- متوسط الطول لعينة مكونة من 200 طالب في مدرسة ابتدائية $\bar{x}$ = 1.3 m.
- نسبة المتاجر التي تبيع ملابس بسعر التجزئة من عينة مكونة من 500 متجر في إحدى المدن $\hat{p}$ = 34%.

تحقق من فهمك 5

اختر المصطلح المناسب للأوصاف العددية في الجدول أدناه.

الوصف العددي	معلمة أم إحصاءة
في دراسة إحصائية أجريت على 2253 من مستخدمي الإنترنت وجد أن 19% من الأشخاص يستخدمون موقع إكس للتواصل الاجتماعي.	
في كلية الطب وافق 90% من طلاب الكلية على الخطة المقترحة للدراسة الجامعية.	
في مسح أجري على 846 مديرًا ماليًا وجد أن 55% من الشركات تحفّز موظفيها بمكافآت.	

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 3

حدد (المجتمع الإحصائي - المعلمة - العينة - الإحصاءة) في الدراسة الآتية:

ترغب باحثة في معرفة نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة في المدارس الابتدائية بمدينة الرياض. فاختارت 6000 طالبة بشكل عشوائي من سجلات الطالبات في تلك المدارس.

الحل:

المجتمع الإحصائي: جميع الطالبات المدرجة أسماؤهن في سجلات المدارس الابتدائية بمدينة الرياض.

المعلمة: نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة المدرجة أسماؤهن في سجلات المدارس الابتدائية بمدينة الرياض ويرمز لها بالرمز P.

العينة: 6000 طالبة.

الإحصاءة: نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة في العينة ويرمز لها بالرمز $\hat{p}$.

تحقق من فهمك 6

اختر بحثًا علميًا من مجلة أبحاث علمية محكمة ضمن مسارك التخصصي، وعين المجتمع والعينة الإحصائيين، وحدد: الإحصاءة، والمعلمة؛ التي يتضمنها البحث.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

أنواع العينات
Sample Types

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف وأميّز العينات العشوائية وغير العشوائية، وطرق اختيارها.



- **هل** يمكن دراسة متوسط أوزان طلاب المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية باستخدام الحصر الشامل؟
- **كيف** يمكن لمسؤول هيئة الغذاء والدواء أن يتأكد من جودة منتج غذائي معين لكي يفسح له؟

من الصعب جدًا استخدام الحصر الشامل في مثل الحالتين المذكورتين أعلاه.

ففي الحالة الأولى يمكن تحديد 100 مدرسة ثانوية من مناطق مختلفة في المملكة العربية السعودية، ومن ثمّ حساب أوزان طلاب تلك المدارس، واستخراج متوسط أوزانهم.

وفي الحالة الثانية، يمكن للمسؤول اختيار عينة من السلعة وتحليلها في المختبر، وفي ضوء النتائج التي توصل إليها يتخذ القرار حول الفسح ببيع المنتج في الأسواق.

حجم العينة (Sample size)

هو عدد البيانات المدرجة في مجال الدراسة، وهو جزء مهم من الدراسة الإحصائية، وتحسين صحة نتائجها.

طرق اختيار العينات

تنقسم العينات وفق طرق اختيارها إلى:

أولًا/ العينات غير العشوائية (المتحيّزة) (Biased samples):

يتم فيها اختيار العينات بطريقة لا تحقق التوزيع العشوائي الصحيح، وبهذا لا تمثل العينة التي تم الحصول عليها من المجتمع المدروس ذلك المجتمع تمثيلًا سليمًا، وينتج عنها انحياز يؤثر في التحليل الإحصائي، فتصبح استنتاجات الدراسة غير دقيقة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثل: أراد باحث معرفة معدل درجات طلاب الصف الثالث الثانوي في مدينته، فاختار 10 مدارس في المدينة، وأخذ قائمة بالطلاب المتميزين من كل مدرسة في المدينة.

من أمثلة العينات غير العشوائية:

العينة المتاحة (Available sample):

نوع من العينة يؤدي غالبًا إلى دراسات متحيزة. حيث تتكون العينة فقط من الأعضاء المتاحين للباحث من المجتمع.

مثل: معرفة المادة المفضلة لدى طلاب مدرستك من خلال أخذ عينة متاحة مكونة من طلاب فصلك.

ثانيًا/ العينات العشوائية (Random samples):

يتم اختيار العينات عشوائيًا، بحيث تمثل جميع عناصر المجتمع، وتكون لكل عنصر فرصة متساوية للظهور في العينة دون التأثير على عملية الاختيار.

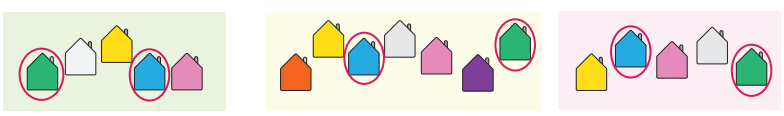
أنواع العينات العشوائية:

1. **العينة العشوائية البسيطة (Simple random sample):** هي العينة التي يتمتع فيها كل فرد من المجتمع بفرصة متساوية مع الآخرين للظهور في العينة، يتم اختياره باستخدام أرقام عشوائية، بعد ترقيم كل فرد في المجتمع.

مثل: عند ترشيح 10 طلاب للمشاركة في مسابقة المدينة الثقافية، أعطي كل طالب من طلاب المدرسة وعددهم (100) رقمًا من 1 إلى 100، وأجري سحبًا لاختيار المرشحين من بينهم.

2. **العينة العشوائية الطبقية (Stratified random sample):** اعتمادًا على هدف الدراسة وتجانس أفراد المجتمع، يقسم أفراد المجتمع إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها ، تسمى الطبقات، ثم تؤخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة للحصول على عينه عشوائية طبقية.

مثل: عند إجراء دراسة في أحد المجتمعات حول أثر التضخم على استهلاك الفرد؛ تم تقسيم المجتمع إلى ثلاث طبقات مكونة من محدودي الدخل ومتوسطي الدخل وأصحاب الدخل المرتفع، ثم تم اختيار أشخاص من كل طبقه عشوائيًا، كما هو موضح في الشكل الآتي:

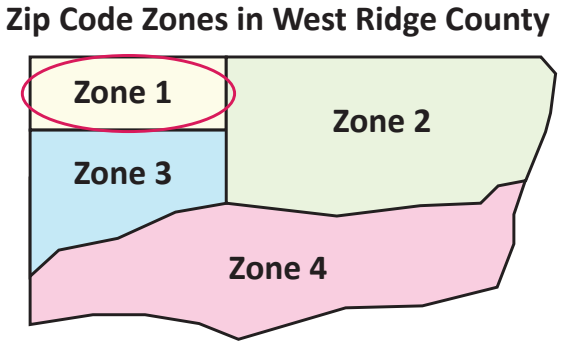


العينة الطبقية

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

3.العينة العشوائية العنقودية (Cluster random sample): يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات فرعية، بحيث يكون هناك تجانس بين أفراد مجموعة واحدة حدث بشكل طبيعي، والعينة العنقودية تتكون من جميع الأفراد في واحدة أو أكثر من هذه المجموعات (ولكن ليس كل المجموعات)، وهذه المجموعات تسمى عناقيد.

مثل: عند إجراء دراسة في إحدى الدول، تم تقسيم الدولة إلى مناطق حسب رقم الرمز البريدي، ثم تم اختيار إحدى المناطق كعينة للدراسة كما هو موضح في الشكل الآتي:



العينة العنقودية

4.العينة العشوائية المنتظمة (Systematic random sample): هي عينة يتم فيها تعيين رقم لكل فرد من المجتمع، ويتم ترتيب أعضاء ذلك المجتمع، واختيار رقم البداية بشكل عشوائي، ثم يتم اختيار أعضاء العينة على بعد فترات منتظمة من رقم البداية. (على سبيل المثال: يتم تحديد كل عضو ثالث أو خامس أو 100).

مثل: يبلغ عدد الطلاب المتفوقين في إحدى المراحل الدراسية 16 طالبًا، أراد المدير إرسال 5 طلاب لحضور ندوةٍ ما، فتم ترقيم الطلاب من 1 الى 16 وتم اختيار بداية العينة، الطالب الثاني، عن طريق القرعة. ثم تم سحب عينة تبدأ من الطالب الثاني ثم اختيار كل ثالث طالب حتى يكتمل العدد، كما هو موضح في الشكل الآتي:



العينة المنتظمة



تفكير ناقد

ما العوامل المؤثرة في اختيار عينة عشوائية لإجراء دراسة علمية؟



تحقق من فهمك 1

صنف العينة فيما يأتي إلى (متحيزة أو عشوائية) وإذا كانت عشوائية فحدد نوعها:

a. يُطلب من مساعد إداري الوقوف أمام المكتبة يوم الأربعاء، ويسأل أول 100 طالب جامعي يقابلهم عن متوسط الإنفاق الشهري على السكن والمواصلات خلال سنوات دراستهم الجامعية.

b. لدراسة نسبة الطلاب المحتاجين إلى حصص تقوية في إحدى المدارس الابتدائية، تم تقسيم الطلاب حسب الصفوف من الأول إلى السادس على التوالي، وتم اختيار صفين بشكل عشوائي، بحيث يكون جميع طلاب هذه الصفوف أفراد في العينة.

c. تم اختيار طالب من القائمة الأبجدية لطلاب البكالوريوس في الفصل الدراسي الأول، وبدءًا من هذا الطالب، تم اختيار طالب بعد كل 50 طالبًا حتى يتم تضمين 75 طالبًا في العينة.

d. قررت إدارة شركة الأسمدة الزراعية اختبار رضا الموظفين عن طريق استبانة طرحتها على عينة تم اختيارها بالقرعة من كل قسم من أقسام الشركة.

e. تحديد الاحتياجات التدريبية لطلاب أقسام كلية العلوم بالنسبة لسوق العمل، من خلال سؤال عينة تم اختيارها بالأرقام من كل قسم.

f. مقابلة معلمي الرياضيات في مجمع مدرسي؛ لاستطلاع وجهة نظر معلمي المجمع حول الواجبات المنزلية.

g. الطلب من كل سابع عميل يدخل مركزًا للتسوق اختيار متجره المفضل.

h. تقسيم الأطباء في مدينة وفق التخصص، واختيار أحد التخصصات كاملًا لدراسة متوسط ساعات العمل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مصادر البيانات وطرق جمعها
Data Sources and Collection Methods

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف البيانات، وأميّز أنواعها.
- أتعرّف مصادر البيانات وأساليب جمعها وأدواته.



- **فكّر** كيف يمكن القيام بدراسة لاستطلاع ومعرفة عدد الطلاب الذين لديهم سيارة خاصه لنقلهم إلى المدرسة؟
- **كيف** يمكن لشركة طيران دراسة آراء الركاب في الخدمات المقدمة لهم؟
- **حدد** الطرق المتبعة في إجراء هذه الدراسات.

من الطرق الممكنة للحصول على المعلومات في مثل هذه الدراسات:

- المقابلة الشخصية.
- توزيع الاستبانات ورقيًا أو إلكترونيًا.
- المراسلة عبر البريد الالكتروني.

- **ماذا** تسمى المعلومات التي يتم الحصول عليها من هذا الاستطلاع؟

تسمى أي معلومات سواء كانت رقمًا أو ملاحظة أو أبجدية (ترتيب معين) البيانات.

البيانات (Data)

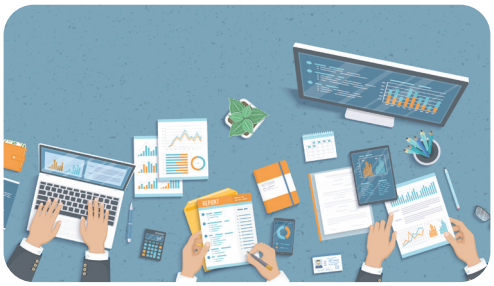
هي مجموعة من المعلومات التي تم جمعها من خلال الملاحظة أو القياس أو البحث أو التجربة. قد تتضمن حقائق أو أرقامًا أو أسماء أو أوصافًا عامة للأشياء.

جمع البيانات:

الغرض من عملية جمع البيانات استخدامها في اتخاذ القرار، حيث تعتمد جودة القرارات التي تُتخذ باستخدام نتائج دراسة إحصائية على جودة الأسلوب المستخدم في الحصول على بيانات الدراسة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مصادر جمع البيانات



تعـدّ مرحلة جمع البيانات مـن المراحل المهمة، حيث إن توفر بيانات دقيقة وسـليمة عن الظواهر والمتغيرات قيد الدراسـة يزيد من درجـة دقة النتائج المسـتخلصة، ويسـاعد في اتخـاذ قرارات موضوعية.

وبشـكل عام، هناك مصـادر عديدة ومتنوعة لجمع البيانات تعتمد على طبيعـة البحث ونوعه ومن هذه المصادر ما يأتي:



مصدر غير مباشـر (ثانوي): يوفر هذا النوع من المصادر للباحث بيانـات جاهـزة ومبوبة، من خلال مصـادر ثانوية مثـل المطبوعات والدوريـات العلمية، ويتمثـل دور الباحث في تصفيـة تلك البيانات واستخلاص ما يناسب دراسته منها.

مصدر مباشـر (أولي): في هذا النوع من المصادر يعتمد الباحث في الحصول على البيانات المتعلقة بموضوع دراسته على المصادر الأولية لهذه البيانات، ويقوم بإعدادها وتجهيزها بشكل مباشر؛ دون الاعتماد على البيانات المنشورة قبل ذلك، أو البيانات التي تم تحليلها من قبل طرف آخر.

ويتم جمع البيانات ميدانيًا باستخدام الأساليب والأدوات الآتية:

أساليب جمع البيانات

1. التجربة:

يجري الباحث تجربة معينة ويلاحظ أثرها، ويستخلص النتائج المتولدة عنها.

2. الدراسة المسحية:

يجري الباحث دراسات منظمة للحصول على بيانات ومعلومات عن موضوع البحث من جميع مفردات المجتمع.

3. الدراسة القائمة على الملاحظة:

مـن خـلال ملاحظة الأفراد دون إحداث أي تدخل من قبل الباحث، لكي لا يؤثر على النتائج النهائية، ومن أشـهر أنواعها دراسة الحالة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

أدوات جمع البيانات

1.الاختبار:

يستهدف الباحث خصائص الأفراد، لإجراء بعض الاختبارات ومعرفة انعكاسها على كل فرد، وهذا يتطلب وضع اختبارات مبنية على خبرات تخصصية، تمكن من الوصول إلى نتائج حقيقية ودقيقة وثابتة.

2.المقابلة الشخصية:



يقوم الباحث بإجراء اتصال مباشر مع الأشخاص قيد الدراسة، وبالتالي يمكن للباحث تحقيق أعلى مستويات الدقة في جمع البيانات، إلا أن هذه الطريقة رغم دقة المعلومات قد تكون مكلفة وغير عملية، خاصة في حالة العينات الكبيرة.

3.الاستبانة:

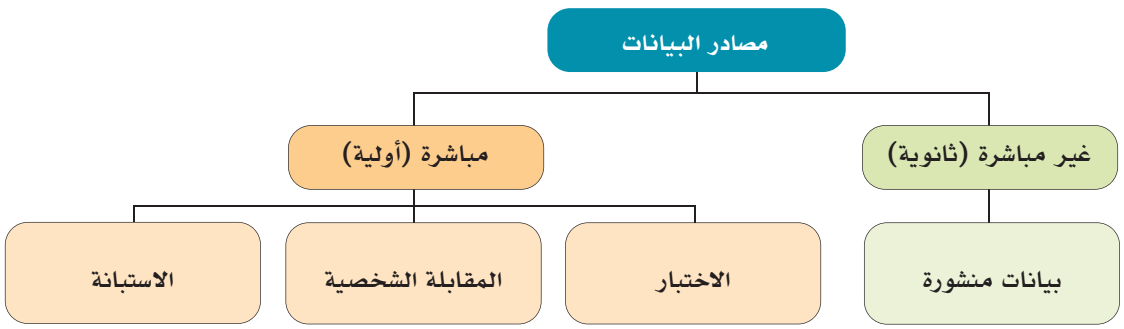
يقوم الباحث بتصميم استبانة تتضمن عددًا من الأسئلة الرئيسة والفرعية التي تحقق أهداف الدراسة، مع مراعاة الشروط الآتية:



- أن تكون الأسئلة واضحة ومباشرة.
- ألا تكون الاستبانة طويلة ومملة.
- التأكيد على سرية البيانات حتى لا تكون إجابة الشخص بعيدة عن الواقع.
- أن تفي الاستبانة بأهداف الدراسة.

تفكير ناقد

أعطِ شروطًا إضافية لتصميم الاستبانة. برر سبب إضافة هذه الشروط.



مصادر جمع البيانات

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 1

1. اذكر أهم مصادر وأساليب جمع البيانات.
2. **a.** حدد مصادر ممكنة لجمع بيانات في منطقتك حول:
   - المظاهر الطبيعية.
   - نسبة السعوديين والمقيمين.
   - معدلات الإصابة بمرض السكري.
   - أعداد الطلاب الملتحقين بالتعليم الجامعي.
   - أرباح قطاع النقل الجوي للعام 2020م.
   - نسبة الطلاب المجتازين لاختبار قياس.

b. هل تعد هذه المصادر مصادر أولية أم ثانوية لجمع البيانات؟

أنواع البيانات

يمكن أن تتكون البيانات من عدة أنواع، مثل: تقديرات الطلاب في مقرر معين، أو عدد سكان مدينة ما، وهكذا.... وتصنف البيانات على أنها نوعية أو كمية.

أولًا/ البيانات النوعية (Qualitative Data):

تتكون البيانات النوعية من سمات أو تسميات غير كمية. مثل: الجنس، الحالة الاجتماعية، الجنسية، فصيلة الدم، تقدير الدرجات، المستوى التعليمي.

وتصنف البيانات النوعية على النحو التالي:

البيانات الاسمية (Nominal data): نوع من البيانات النوعية المستخدمة في الغالب لتسمية شيء ما، أو وصفه، أو تصنيفه؛ بحيث لا تتضمن البيانات ترتيبًا.

مثل:

- الحالة الاجتماعية (أعزب، متزوج، أرمل، مطلق).
- الجنسية (سعودي، مصري، بريطاني، ...).
- الجنس (ذكر، أنثى).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

البيانات الترتيبية (Ordinal data): نوع من البيانات النوعية المستخدمة في الغالب لتسمية شيء ما، أو وصفه، أو تصنيفه على أن تتضمن تلك البيانات ترتيبًا بصورة أساسية.



مثل:

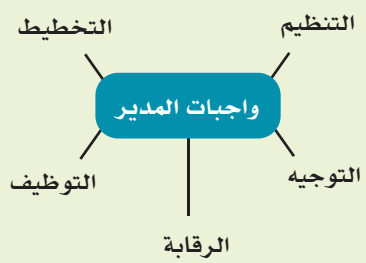
- المستوى التعليمي (ابتدائي، متوسط ، ثانوي، جامعي، دراسات عليا).
- التقدير في الرياضيات (ممتاز، جيد جدًا، جيد، مقبول، ضعيف).
- الرتبة العسكرية (ملازم، ملازم أول، نقيب، رائد، مقدم، عقيد، عميد، لواء).

تحقق من فهمك 2

1. صنف البيانات الآتية: بيانات اسمية – بيانات ترتيبية:
   - التقدير الدراسي للطالب.
   - واجبات المدير الإدارية الرئيسة.
   - المؤشرات الحيوية (درجة الحرارة، الطول، الوزن، ضغط الدم.. إلخ) للشخص.
   - الهيكل التنظيمي للعمل في وزارة ما.
2. أراد مدير مدرسة إجراء استطلاع للطلاب حول مشاركتهم في رحله مدرسية، فقام بتوزيع استبانة تتضمن الاختيار: (موافق- محايد - غير موافق) ما نوع هذه البيانات؟ فسر إجابتك.

إثـــراء واجبات المدير

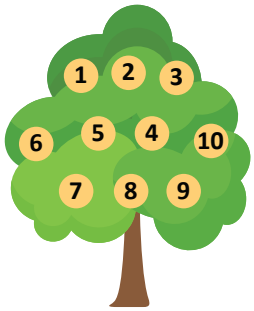
في علم الإدارة هناك واجبات رئيسة وأخرى فرعية للمدير في أي إدارة يترأسها، ويعرض التمثيل المجاور أهم الواجبات الرئيسة للمدير.



ثانيًا/ البيانات الكمية (Quantitative Data):

تتكون البيانات الكمية من أعداد تعبر عن خصائص يمكن عدّها أو قياسها. مثل:

عدد قطع الحلوى، الطول ، الوزن، العمر.



وتنقسم البيانات الكمية إلى نوعين:

البيانات المنفصلة أو المتقطعة (Discrete Data): يأخذ هذا النوع من البيانات القيـم التي يمكن عدها والتعبيـر عنها بعدد صحيح، ولا يمكن أن تحتوي هذه القيم على كسور اعتيادية أو عشرية. مثل:

- الثمار على الشجرة.
- الطلاب في الفصل.
- السكان.

البيانات المتصلة (Continuous Data):



يأخذ هذا النوع من البيانات قيمًا محددة يمكن قياسها، وتندرج ضمن نطاق معين، أو فتره معينة؛ بمعنى أنها من الممكن أن تحتوي على كسور اعتيادية أو عشرية. مثل:

- الوزن.
- الطول.
- درجة الحرارة.

تحقق من فهمك 3

هل تعدّ السرعة بيانات كميه متصلة؟ فسر إجابتك.

وتصنف البيانات الكمية المتصلة إلى مستويين:

1. البيانات الفترية (Interval data):

مـن الممكن ترتيب البيانات الفترية، وحسـاب الاختلافات بينها خلال فترة القيـاس، يمثل الصفر مركز البيانات، وتقـاس البيانـات بمدى بعدها عنـه؛ إذ لا يُعد الصفر هنا صفرًا معنويًا، ولفهم معنى ذلـك يمكن تأمل مقياس درجة الحرارة؛ حيث يشير الصفر في المقياس إلى مستوى من مستويات الحرارة، ولا يعني غيابها. والبيانات الفترية مثل:

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

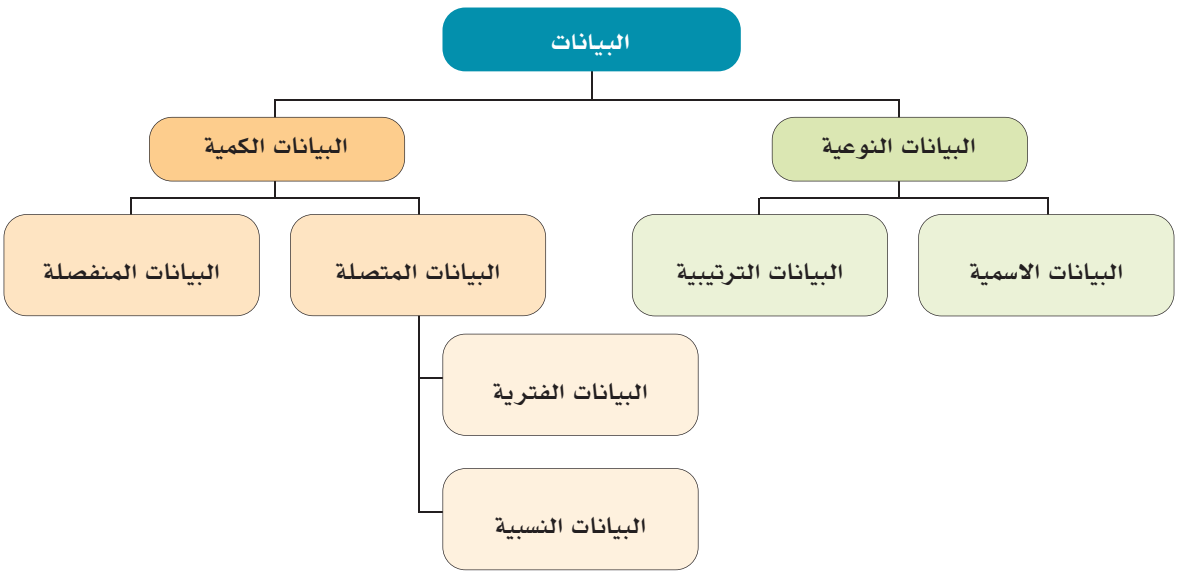
- معدل الدرجات في مادة الإحصاء.
- معدل الذكاء.
- درجات الحرارة.

2. البيانات النسبية (Relative data):

البيانات النسبية تختلف عن البيانات الفترية في خاصية أن البيان الصفري هو صفر معنوي، ويمكن إنشاء نسبة من قيمتي بيانات؛ بحيث يمكن التعبير عن قيمة واحدة بشكل هادف كمضاعف لقيمة أخرى. والبيانات النسبية مثل:

- الطول.
- الوزن.
- السعر.

ويعرض الشكل الآتي تصنيف البيانات النوعية والكمية.



تصنيف البيانات

تحقق من فهمك 4

1. هل تعدّ البيانات التي توضح (الزمن، العمر) كميات متصلة فترية أم نسبية؟ فسر إجابتك.
2. سَجَل معلِّم درجات الطلاب في مادة الإحصاء وكانت كالآتي:

   10, 9, 6, 5, 5, 2, 12, 14, 13, 12 ....

   ما نوع هذه البيانات؟ فسر إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تقويم ختامي

1: وضح العلاقة بين العينة والمجتمع. ولماذا يتم استخدام العينة أكثر من المجتمع في الدراسات الإحصائية؟

2: حدد المجتمع والعينة في كل من الدراسات الآتية:

a. ضمن دراسة استقصائية شملت 1000 شخص من عملاء البنك؛ أشارت النتائج إلى أن 83% منهم يعتقدون أن بطاقات الائتمان تغري الناس بشراء أشياء زائدة عن احتياجهم.

المجتمع ..... ، العينة .....

b. استطلاع رأي شمل 86 ممرضة يعملن في منطقة الرياض، حول آرائهن بالنسبة للرعاية الصحية المنزلية.

المجتمع ..... ، العينة .....

c. وجدت دراسة استقصائية شملت 1205 طبيبًا أن حوالي 65% منهم سبق لهم المشاركة في حملات تطوعية لمعالجة اللاجئين وضحايا الكوارث.

المجتمع ..... ، العينة .....

3: أكمل العبارات بما يناسبها مما بين القوسين فيما يلي:

a. بلغت أجور العاملين في الشركة عام 2009، 113000,000 ريالًا، هذا المبلغ يصف (معلمة، إحصاءة)

b. رواتب الموظفين الشهرية في مكتب محاسبة تمثل بيانات (نوعية، كمية)

c. في دراسة استقصائية شملت 752 شخصًا من مرتادي الحدائق العامة، يعتقد 42% منهم أنه يجب أن يكون هناك قانون يمنع الناس من التحدث بصوت مرتفع في الأماكن العامة، القيمة العددية تصف (معلمة، إحصاءة)

d. حالة الطقس اليومية في مدينة أبها لمدة أسبوع تمثل بيانات (نوعية، كمية)

e. متوسط القروض قصيرة الأجل التي تقدمها البنوك للأفراد (نوعية، كمية)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

4: اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. أقسام الكلام تمثل بيانات:
   a. نوعية- اسمية
   b. نوعية- ترتيبية
   c. كمية – منفصلة
2. عدد الأهداف التي سجلتها الفرق الرياضية المشاركة في مباريات كأس خادم الحرمين الشريفين، تمثل بيانات:
   a. نوعية- اسمية
   b. كمية- منفصلة
   c. كمية- متصلة
3. أسعار النفط تمثل بيانات:
   a. كمية – متصلة
   b. نوعية- ترتيبية
   c. نوعية - اسمية
4. نظام ويتيكر لتصنيف الكائنات الحية (وحيدات الخلية، الطلائعيات، الفطريات، النباتات، الحيوانات) تمثل بيانات:
   a. كمية – متصلة
   b. نوعية- ترتيبية
   c. نوعية- اسمية

5: أجب بصح أو خطأ فيما يلي:

a. الأرقام التعريفية للبطاقة الائتمانية تمثل: بيانات كمية. (.....)

b. الدرجات النهائية للطلاب في مادة الإحصاء تمثل: بيانات كمية متصلة. (.....)

c. أشارت دراسة إلى أن نسبة التسرب من إحدى الجامعات في السنتين الأخيرتين قبل التخرج تمثل 10% من مجموع الطلاب الكلي، النسبة المئوية: تصف معلمة. (.....)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

6: اختر أسلوب جمع بيانات مناسب لإجراء كل دراسة مما يأتي، ثم برر إجابتك:

a. اختبار كل جزء من أجزاء الآلة العشرة من خط التجميع، وقياس دقته، لضمان جودة الإنتاج.

b. معرفة اتجاهات الطلاب (موافق-محايد-غير موافق) تجاه الالتحاق بالكليات النظرية.

c. دراسة الفروق في سنوات التأهيل الأكاديمي بين التخصصات الصحية والإدارية.

7: أراد باحث إجراء دراسة عن النقل الجوي بهدف معرفة:

- آراء المسافرين حول خدمات الناقل الجوي مثل: شراء التذاكر، الخدمات، الراحة، المبيعات الجوية، الأمن والسلامة.
- نسبة المسافرين الذين يفضلون استخدام النقل الجوي للعمل وكذلك للسياحة.

ولتحقيق ذلك؛ قام بعمل استبانة مكونة من 20 سؤالًا، واختار عينة عشوائية ممثلة لجميع المسافرين.

a. لماذا استخدم الباحث في هذه الدراسة أسلوب العينة العشوائية؛ بدلًا من أسلوب الحصر الشامل؟ برر إجابتك.

b. ما أسلوب اختيار العينات الذي استخدمه الباحث لهذه الدراسة؟ ولماذا؟

c. صف أنواع البيانات التي سيجمعها الباحث؟ فسر إجابتك.

d. حدد العيوب أو التحيزات المحتملة في دراسة من هذا النوع.

e. إذا أتيح لك تصميم دراسة مشابهة لهذه الدراسة، ولكن مع عينة متحيزة، فما هي الأسباب المنطقية التي قد تدفعك لذلك؟ فسر إجابتك.

8: من ضمن الخدمات التي تقدمها الهيئة العامة للإحصاء حساب متوسط أسعار السلع شهريًا وسنويًا، ويظهر في الصورة أدناه عرض لأسعار بعض السلع خلال ثلاثة أشهر، وحساب نسبة التغير بين شهرين.

a. لماذا تهتم الهيئة العامة للإحصاء بهذا النوع من الإحصاءات؟ وضح إجابتك.

b. بالنسبة للسلع المعروضة في الجدول؛ هل تمثل مجتمعًا أم عينة إحصائية؟

c. هل تشير النتائج المعروضة في الجدول إلى معلمة أم إحصاءة؟ لماذا؟

d. ما نوع البيانات في الجدول كمية أم نوعية؟ وضح إجابتك.

متوسطات الأسعار و التغيرات الشهرية و السنوية في المملكة (نوفمبر ٢٠٢٢)

Average prices monthly and annual changes in the kingdom (November 2022)

Items	Unit	متوسطات الأسعار Average Prices			نسبة التغير من نوفمبر ٢٠٢٢ إلى Percent Change From Nov 2022 to		الوحدة	البنود
		نوفمبر Nov 2022	أكتوبر Oct 2022	نوفمبر Nov 2021	أكتوبر Oct 2022	نوفمبر Nov 2021		
OILS AND FAT								الزيوت والدهون
Butter(Lurpak)	100 gm	6.95	7	5.91	-0.71	17.6	١٠٠ جم	زبده (لورباك)
Vegetable oil, (frying) Al Arabi	1.5 L	21.33	21.39	16.87	-0.28	26.44	١,٥ لتر	زيت نباتي (للقلي)العربي
imported olive oil (Al Wazir)	500 ml	21.74	22.26	20.23	-2.34	7.46	٥٠٠ ملل	زيت زيتون مستورد(الوزير)
Corn oil, (cooking), Afia	1.5 L	27.32	27.44	23.26	-0.44	17.45	١,٥ لتر	زيت ذرة (للطهي)عافية
FRUITS AND NUTS								الفواكه والمكسرات
American red Apples	1 Kg	8.73	9.12	8.62	-4.28	1.28	١ كجم	تفـــاح أحمـــر أمريكي
Yellow Apples	1 Kg	9.31	9.53	9.1	-2.31	2.31	١ كجم	تفـاح أصفـــر
Local Grapes	1 Kg	10.5	12.18	10.94	-13.79	-4.02	١ كجم	عـنـــب محـلـــي
Lebanese Grapes	1 Kg	13.58	13.98	15.12	-2.86	-10.19	١ كجم	عنـب لبناني
Philippines Banana, Alsharbatli	1 Kg	6.14	6.08	5.47	0.99	12.25	١ كجم	مـــوز الشربتلي الفلبين
Abu Sorra egyptian Orange	1 Kg	6.43	5.84	6.31	10.1	1.9	١ كجم	بـرتقال أبو صرة مصري
Pakistani Mandarin	1 Kg	9.37	8.73	8.2	7.33	14.27	١ كجم	يـوسفي باكستاني
Local watermelon	1 Kg	2.55	2.58	2.68	-1.16	-4.85	١ كجم	حبحـب (بطيخ) محلي
Local Melon	1 Kg	4.07	4.26	4.23	-4.46	-3.78	١ كجم	شمـــام محلي
Medium Lebanese Pears	1 Kg	11.86	12.11	12.27	-2.06	-3.34	١ كجم	كـمثرى وسط لبناني
Dates(Rotab)	1 Kg	14.22	12.7	14.08	11.97	0.99	١ كجم	تـمر (رطب)
Lebanese Peach	1 Kg	15.08	13.88	14.3	8.65	5.45	١ كجم	خـوخ لبناني
medium African Lemon	1 Kg	7.68	7.28	7.56	5.49	1.59	١ كجم	ليـمون وسط أفريقي
Pakistani Mango	1 Kg	13.48	13.47	13.67	0.07	-1.39	١ كجم	منجـا باكستاني
Local Fig	1 Kg	17.62	17.31	14.95	1.79	17.86	١ كجم	تـين محلي
Turkish Plums	1 Kg	12.84	13.49	13.52	-4.82	-5.03	١ كجم	برقوق / بخارى تركي
Indian Pomegranates	1 Kg	14.57	14.85	12.24	-1.89	19.04	١ كجم	رمـان هندي
Ekhilas Dates, (Maknoz)	1 Kg	14.46	14.53	14.49	-0.48	-0.21	١ كجم	تمـر (مكنوز) إخلاص
VEGETABLES								الخضار
Green Beans	1 Kg	13.41	15.05	15.57	-10.9	-13.87	١ كجم	فاصوليا خضراء
Local Okra	1 Kg	18.31	19.62	18.89	-6.68	-3.07	١ كجم	بـــاميـــة محلي
Local Black Eggplants	1 Kg	5.26	5.79	5.09	-9.15	3.34	١ كجم	باذنجان أسود محلي
Local Zucchini	1 Kg	6.44	7.56	6.87	-14.81	-6.26	١ كجم	كوسة محلي
Pumpkin	1 Kg	5.61	5.61	6.07	0	-7.58	١ كجم	قرع عسلي
Local Cucumbers	1 Kg	5.18	6.02	5.36	-13.95	-3.36	١ كجم	خيار محلي
white Cabbage	1 Kg	3.12	3.28	3.64	-4.88	-14.29	١ كجم	ملفوف أبيض
green local Peppers	1 Kg	8.37	8.85	9.54	-5.42	-12.26	١ كجم	فلفل أخضر بارد محلي
Green local Chili	1 Kg	9.42	9.76	9.57	-3.48	-1.57	١ كجم	فلفل أخضر حار محلي
Local tomatoes	1 Kg	6.06	6.32	6.98	-4.11	-13.18	١ كجم	طمـاطـم محـلـي
Imported tomatoes	1 Kg	6.43	6.44	6.57	-0.16	-2.13	١ كجم	طماطم مستورد
Local Corchorus	1 Bundle	2.46	2.45	2.34	0.41	5.13	١ حزمة	ملوخية محلي
Local Lettuce	1 Kg	7.12	7.35	6.9	-3.13	3.19	١ كجم	خـــــس محلي
Parsley	1 Bundle	1.06	1.06	1.05	0	0.95	١ حزمة	بقدونس
Spinach	1 Bundle	1.26	1.28	1.2	-1.56	5	١ حزمة	سبانخ
local watercress	1 Bundle	1.04	1.03	1	0.97	4	١ حزمة	جرجير محلي

(*)Has been Modified for the specification of the item

(*)يوجد تعديل لمواصفة البند

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء.

9: أعطِ أمثلة على دراسات يكون فيها إجراء الدراسة على المجتمع الإحصائي كاملًا أفضل من اختيار عينة إحصائية.

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

- أميّز المفاهيم الإحصائية في سياقات واقعية مرتبطة بالصحة والحياة.

1: حدد الإحصاءات الوصفية أو الاستدلالية في كل من العبارات الآتية:

a. يبلغ معدل وزن المرضى لمن تتراوح أعمارهم بين 25 و35 عامًا 65 كيلو جرام.

b. بلغت نفقات صناعة المضادات الحيوية 566 مليار دولار عام 1996 م.

c. متوسط عمر أنثى البعوض ما بين 2-3 أسابيع.

d. اتباع نظام غذائي غني بالفواكه والخضروات يؤدي إلى خفض ضغط الدم.

e. تصل نسبة الكالسيوم في بعض أنواع الطحالب البحرية إلى 168 غراما في كل 100 غرام، وهي تفوق بذلك كمية الكالسيوم الموجودة في كلا القرنبيط والملفوف الأخضر.

f. إجمالي الخسائر المقدرة لإعصار اندونيسيا 125 مليار دولار.

g. ذكر الباحثون أن اسم الشخص يؤثر في شخصيته.

h. من المتوقع أن يبلغ عدد خريجي الثانوية العامة من المسار الطبي في المملكة العربية السعودية حوالي 3 ملايين خريجًا عام 2044م.

2: حدد نوع المجتمع (محدود - غير محدود) في ما يأتي:

a. المرضى المنومون في المستشفى العام في عيد الفطر المبارك.

b. مراجعو عيادة مرض السكري في المستشفيات.

c. أنواع النباتات في غابات الأمازون.

3: حدد: المجتمع، المعلمة، العينة، الإحصاءة، في الدراسة الآتية:

(يريد باحث تحديد متوسط رواتب الأطباء الاستشاريين في مدينة تبوك، فتوجه بالسؤال إلى 500 طبيب، اختارهم بشكل عشوائي من دليل متخصص يحوي أسماء الأطباء الاستشاريين في هذه المدينة).

4: اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين في كل مما يأتي:

a. أسماء الأدوية في الصيدليات، تمثل مجتمعًا (محدودًا، غير محدود)

b. أنواع فصائل الدم لسكان قارة آسيا تمثل مجتمعًا (محدودًا، غير محدود)

c. مائة طالب من الذين قبلوا في كلية الطب في إحدى الجامعات السعودية العام الماضي، تمثل بيانات (مجتمع، عينة)

d. جميع أجهزة غسيل الكلى في المستشفيات الحكومية، تمثل بيانات (مجتمعًا، عينة)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

5: اكتب الأرقام المناسبة أمام العبارات في المجموعة B بما يناسبها من المجموعة A:

أجريت دراسة لتحديد أثر الإفراط في استعمال الأجهزة الذكية على مدى الانتباه، في مرحلة رياض الأطفال، حيث قام الباحث بإجراء الدراسة على 2500 طفل؛ ممن تتوفر لديهم أجهزة ذكية، وتم احتساب متوسط مدى الانتباه لهؤلاء الأطفال (ملاحظة: مدى الانتباه هو المدى الزمني الذي يستطيع فيه الشخص التركيز على نشاط واحد):

	مجموعة A
1	2500 طفل
2	متوسط مدى الانتباه للأطفال في مرحلة رياض الأطفال ويرمز له بالرمز μ
3	الأطفال في مرحلة رياض الأطفال
4	متوسط مدى الانتباه للأطفال في مرحلة رياض الأطفال في العينة ويرمز لها بالرمز $\overline{x}$

	مجموعة B
	مجتمع إحصائي
	معلمة
	عينة
	إحصاءة

6: في تقارير للأمم المتحدة حول التغيرات المناخية أشار تقرير حول درجات الحرارة إلى التالي: «كانت الأعوام 2015-2019 هي الأكثر دفئًا لدرجات الحرارة المسجلة على الإطلاق، حيث ازدادت درجة حرارة سطح الأرض بشكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى مدتها 50 عامًا على مدار 2000 عام الماضية على الأقل. ووفقًا للمسار الحالي لانبعاثات ثاني أكسيد الكربون، فإنه يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي».

العمل المناخي- الأمم المتحدة

a. وفقًا للتقرير أعلاه: حدد العبارات التي تشير لإحصاء استدلالي، وتلك التي تشير لإحصاء وصفي.

b. حدد نوع البيانات كمي أو وصفي؟ فسر إجابتك.

c. تشير العبارة «يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية، بحلول نهاية القرن الحالي» إلى: إحصاءة أو معلمة؟ وضح إجابتك.

7: لتحديد أثر لقاح الانفلونزا الموسمية على كبار السن في التخفيف من أعراض الإصابة بالأنفلونزا أجريت دراسة على عينة من كبار السـن؛ ممن تزيد أعمارهم عن 65 سنة، حيث قسمت مناطق المملكة العربية السعودية إلى خمس مناطق، وتم اختيار عينة عشوائية قوامها 3000 مُسن من كل منطقة من المناطق الخمس. وأظهرت النتائج أن 35% منهم لم يصب بالأنفلونزا، فيما كانت الأعراض من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من المصابين بالأنفلونزا. وقد خلصت الدراسة إلى فعالية لقاح الأنفلونزا الموسمية في تخفيف أعراض الإصابة بالمرض.

وفقًا للدراسة السابقة:

a. عين المجتمع والعينة الإحصائيين؟

b. صف نوع العينة العشوائية؟

c. حدد ما إذا كانت النتائج التي عرضتها الدراسة تمثل إحصاءة أو معلمة؟ وضح إجابتك.

d. عيّن العبارات في الدراسة التي أشارت للإحصاء الوصفي، وتلك التي أشارت للإحصاء الاستدلالي. وضح إجابتك.

8: صنف البيانات الآتية على أنها نوعية: (اسمية - ترتيبية) أو كمية: (منفصلة - متصلة):

a. مستوى رضا المريض عن الخدمة المقدمة له في المستشفى.

b. عدد ملفات المرضى المتابعين في عيادة الأسنان.

c. مراحل نمو الجنين أثناء فترة الحمل.

d. أوزان المرضى المراجعين في عيادة التغذية.

e. أنواع العيادات الخارجية في مستشفى.

f. تصنيف حالات المرضى إلى :خطيرة - حرجة - متوسطة - بسيطة.

g. مستويات الكوليسترول في الدم.

h. تصنيف أطباق (بتري) وفقًا للمواد التي صُنعت منها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

9: صنف المتغير الكمي على أنه: متصل – منفصل، فيما يأتي:

a. أعمار الأطباء في قسم الجراحة.

b. عدد الأدوية التي تصرف من الصيدلية في يوم معين.

c. الوقت الذي تستغرقه آثار التخدير الموضعي حتى تزول.

d. عدد جرعات الدواء اللازم تناولها لمريضٍ ما.

10: اختر نوع البيانات المتصلة الآتية:

a. درجات حرارة الجسم للرياضي أثناء أداء التمارين (فترية - نسبية).

b. متوسط ضربات القلب (فترية - نسبية).

c. متوسط هطول الأمطار الشهرية في مدينة ما (فترية - نسبية).

11: مقياس النبض هو جهاز قياس نسبة الأكسجين (SPO2) في الدم، وتشير قراءة الجهاز إلى النسبة المئوية للدم المشبع، حيث تتراوح نسبة الأكسجين الطبيعية في الجسم وفق المعدل الطبيعي للكبار بين 95% و100%.

a. حدد نوع البيانات التي تشير لها قراءة الجهاز. فسر إجابتك.

b. وفقًا للعبارة الأخيرة في النص: هل البيانات التي يقدمها الجهاز تشير إلى إحصاء وصفي أم استدلالي؟ فسر إجابتك.

c. كيف يمكن الاستفادة من قراءات الجهاز في الإحصاء الاستدلالي؟ أعطِ أمثلة.

12: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. تصنيفات التخصصات الطبية: (علم الأمراض التشريحي، التخدير، علم المناعة، طب العناية المركزة)، تمثل بيانات:

a. نوعية - اسمية

b. نوعية - ترتيبية

c. كمية - منفصلة

2. عدد الأمبيرات التي يتم توصيلها بواسطة أجهزة شحن البطاريات، تمثل بيانات:

a. نوعية - اسمية

b. نوعية - ترتيبية

c. كمية - منفصلة

3. أعمار الأطفال في الحضانة، تمثل بيانات:

a. كمية - متصلة

b. كمية - منفصلة

c. نوعية - ترتيبية

13: أجب بصح أو خطأ فيما يأتي:

a. ارتفاع بالونات الهواء الساخن: متغير كمي منفصل. (.....)

b. لون العين: متغير نوعي اسمي. (.....)

c. أوزان الرضع في المستشفى: متغير كمي منفصل. (.....)

d. الردود على استطلاع للرأي: متغير نوعي ترتيبي. (.....)

e. مؤشر كتلة الجسم (BMI): متغير كمي متصل. (.....)

14: حدد نوع كل عينة عشوائية في الحالات الآتية:

a. يُطلب من كل سابع طالب يدخل كلية العلوم الطبية التطبيقية تحديد مجاله المفضل.

b. اختيار بعض مشرفي التمريض باستخدام أرقام عشوائية؛ لتحديد متوسط الرواتب السنوية.

c. فحص كل عامل أجنبي رقم 5 في تسلسل معين؛ لتحديد خلوه من الأمراض المعدية.

d. باستخدام الاتصال العشوائي بالأرقام اتصل الباحثون بـ 1400 شخص، وسألوهم عن العقبات التي تمنعهم من ممارسة الرياضة.

e. تقسيم الطلاب حسب التخصص، واختيار طلاب أحد التخصصات كاملًا لتمثيل عينة الدراسة.

f. تقسيم أماكن الجلوس إلى مجموعتين للذكور والإناث، ثم اختيار عدد معين من أفراد كل مجموعة.

g. اختيار 25 مريضًا بطريقة عشوائية من كل قسم من أقسام التنويم في المستشفى، واستطلاع آرائهم حول عاداتهم الصحية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

15: أعدت الهيئة العامة للإحصاء عام 2018م مسحًا عن صحة الأسرة؛ ذكرت فيه أن هذا المسح يوفر عددًا من البيانات والمؤشرات الصحية؛ باعتبارها مؤشرات على صحة المجتمع.

تقرير نتائج مسح صحة الأسرة 2018

وفقًا لهذا التقرير أجب عن المطلوب:

a. أشار المسح إلى الطريقة التي تم بها سحب عينة عشوائية؛ وفق النص الآتي:

«وحدات المعاينة الأولية هي (مناطق العد)، وهي عبارة عن وحدات المعاينة التي تُسحب في المرحلة الأولى من تصميم عينة المسح، بينما تعد (الأسر) هي وحدات المعاينة الثانوية والنهائية في نفس الوقت، وهي وحدات المعاينة التي يتم سحبها في المرحلة الثانية من تصميم عينة المسح»: ما نوع العينة العشوائية التي ظهرت في التقرير؟

b. وفقًا لنتائج المسح: فإن نسبة السكان السعوديين (15 سنة فأكثر) يتمتعون بصحة جيدة أو جيدة جدًا. هل العبارة السابقة تمثل إحصاءً استدلاليًا أم وصفيًا؟ وضح إجابتك.

c. ذكر المسح أيضًا أن «معدلات انتشار أمراض القلب والشرايين المشخصة ترتفع بشكل ملحوظ مع ازدياد العمر، حيث يكون الارتفاع تدريجيا إلى ما قبل عمر 40 سنة، ومن ثم ترتفع بشكل حاد عند عمر (40 سنة فما فوق)، وأيضًا أن معدلات أمراض القلب والشرايين المشخصة للسكان تبلغ ذروتها عند عمر (65 سنة فأكثر)»: هل تمثل هذه العبارة معلمة أم إحصاءة؟

d. باعتقادك: ما أهمية معرفة معدلات انتشار أمراض القلب والشرايين وعلاقتها بالفئات العمرية في المجتمع؟ وضح إجابتك.

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

- أميّز المفاهيم الإحصائية في سياقات واقعية مرتبطة بإدارة الأعمال.

1: حدد الإحصاءات الوصفية أو الاستدلالية في العبارات الآتية:

a. يبلغ متوسط رواتب الموظفين الذين تتراوح مدة خدمتهم بين 25 و35 سنة 15000 ريال.

b. يتوقع تحقيق فوائض مالية عام 2030م من خلال توظيف موارد الطاقة المتجددة عوضًا عن النفط.

c. بلغت نفقات المصنع 566 مليار دولار عام 1996م.

d. الحسابات المستحقة الدفع المتوقعة في إحدى الشركات هي 20% من الأرباح.

e. يؤدي تتبع الدخل والنفقات في شركة ما إلى تحديد ما إذا كان نشاط معين مربحًا.

f. بلغ إجمالي الخسائر المقدرة لإحدى الشركات 125 مليار دولار.

g. ذكر الباحثون أن المهارة تؤثر في الأداء الوظيفي.

h. في عام 2044م سيكون عدد أصحاب الأعمال الحرة في المملكة العربية السعودية 3 ملايين تقريبًا.

2: حدد نوع المجتمع (محدود - غير محدود) فيما يأتي:

a. الأسماء المدرجة في سجلات رواتب الموظفين في أول يوم من الشهر في الشركة.

b. كل الشيكات المطبوعة الخاصة بشركة ما؛ والتي تم صرفها منذ بداية تأسيس الشركة.

c. أنواع الأعمال الحرة التي تعود بالإيرادات.

3: حدد: (المجتمع الإحصائي- المعلمة – العينة- الإحصاءة) في الدراسة الآتية:

(يريد باحث معرفة متوسط رواتب موظفي الشركات في مدينة الرياض، فاختار 500 موظف بشكل عشوائي من قاعدة بيانات لأسماء الموظفين).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

4: اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين في كل مما يأتي:

a. أسماء العاملين في الشركات، تمثل مجتمعًا ..... (محدودًا، غير محدود)

b. جنسيات الموظفين في الوزارات، تمثل مجتمعًا ..... (محدودًا، غير محدود)

c. مائة موظف من الذين يعملون في إحدى الشركات السعودية العام الماضي، تمثل ..... (مجتمعًا، عينة)

d. كل المخاطر التي يمكن أن تتحملها الشركة في أي وقت، تمثل ..... (مجتمعًا، عينة)

5: اكتب الأرقام المناسبة أمام العبارات في المجموعة B بما يناسبها من المجموعة A:

(لتحديد متوسط المسافة بين منازل الموظفين وشركة أرامكو السعودية في العام الماضي، اختار الباحث 250 موظفًا في شركة أرامكو وسجل المسافات بين الشركة ومنازلهم).

	مجموعة A		مجموعة B
1	250 موظفًا في شركة أرامكو		مجتمع إحصائي
2	متوسط المسافة ويرمز له بالرمز μ		معلمة
3	المسافات بين بيوت جميع الموظفين وشركة أرامكو		عينة
4	متوسط المسافة بين بيوت الموظفين وشركة أرامكو في العينة ويرمز لها بالرمز $\bar{x}$		إحصاءة

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

6: في تقارير للأمم المتحدة حول التغيرات المناخية أشـار تقرير حول درجات الحرارة إلى الآتي «كانت الأعوام 2015-2019 هي الدرجات المسـجلة الأكثر دفئًا على الإطلاق، حيث ازدادت درجة حرارة سـطح الأرض بشـكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى مدتها 50 عامًا على مدار 2000 عامًا الماضية على الأقل. ووفقًا للمسـار الحالي لانبعاثات ثاني أكسـيد الكربون، فإنه يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي».

العمل المناخي - الأمم المتحدة

a. وفقًا للتقرير أعلاه؛ حدد العبارات التي تشير لإحصاء استدلالي وتلك التي تشير لإحصاء وصفي.

b. حدد نوع البيانات كمي أم صفي؟ فسر إجابتك.

c. تشير العبارة «يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي» إلى إحصاءة أو معلمة؟ وضح إجابتك.

7: لتحديـد أثـر العمل عن بعد على أرباح الشركات في التخفيف من الخسـائر المحتملة إثر جائحة كورونا؛ أجريت دراسـة على عينة من الشركات، حيث قسـمت مناطق المملكة العربية السـعودية إلى خمس مناطق، وتم اختيار عينة عشـوائية قوامها 300 شركة من كل منطقة من المناطق الخمس. وأظهرت النتائج أن 35% منها لم تتأثر ماليًا، فيما كانت الخسـائر من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من الشركات، وقد خلصت الدراسة إلى فعالية العمل عن بعد في تخفيف خسائر الشركات.

وفقًا للدراسة السابقة:

a. عين المجتمع والعينة الإحصائيين؟

b. صف نوع العينة العشوائية؟

c. حدد ما إذا كانت النتائج التي عرضتها الدراسة تمثل إحصاءة أو معلمة؟ وضح إجابتك.

d. عيّن العبارات التي أشارت للإحصاء الوصفي في الدراسة، وتلك التي أشارت للإحصاء الاستدلالي. وضح إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

8: صنف البيانات التالية على أنها نوعية (اسمية - ترتيبية) أو كمية (منفصلة - متصلة):

a. عدد العاملين في قسم المحاسبة بمصنع زيت النخيل.

b. مراحل مراقبة المخزون في الإدارة المالية.

c. الميزانية السنوية لشركة المواشي العامة.

d. مستوى رضا المدراء عن موظفيهم في الإدارات العامة بقطاع النقل.

e. البضائع المعفاة من الجمارك في السعودية.

f. أنواع السُلطات (قضائية - تشريعية - تنفيذية).

g. تصنيف الخطط المستقبلية لشركة وفقًا للبعد الزمني: (بعيدة - متوسطة - قريبة) المدى.

h. نسبة ضريبة القيمة المضافة على السلع المباعة في متاجر البيع بالتجزئة.

9: صنف كل متغير كمي على أنه: (متصل – منفصل) فيما يأتي:

a. عدد العمليات المالية التابعة لشركة ما، خلال فترة معينة.

b. نسبة الزكاة من دخل الشركات الزراعية.

c. متوسط الإنفاق الحكومي على الخدمات العامة.

d. عدد تقارير العمليات الاقتصادية.

10: حدد نوع البيانات المتصلة الآتية:

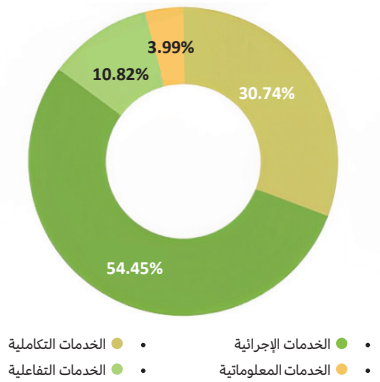
a. درجات حرارة الجسم للرياضي أثناء أداء التمارين: (فترية - نسبية).

b. متوسط أرباح الشركة: (فترية - نسبية).

c. متوسط هطول الأمطار الشهرية في مدينة ما: (فترية - نسبية).

11: مؤشر الخدمات هو أداة أطلقتها هيئة الحكومة الرقمية لقياس أداء الجهات الحكومية، حيث يشـير المؤشر إلى وجود ارتفاع كبير في مستوى نضج الخدمات الإلكترونية كما يظهر في الجدول أدناه.

مستوى نضج الخدمات الإلكترونية	عدد الخدمات	النسبة
الخدمات التكاملية	1372	30.7%
الخدمات الإجرائية	2430	54.4%
الخدمات التفاعلية	483	10.8%
الخدمات المعلوماتية	178	4.0%
المجموع	4463	100%



المصدر: المنصة الوطنية الموحدة

a. حدد نوع البيانات التي يشير لها الجدول. فسر إجابتك.

b. وفقًا للتمثيل البياني: هل البيانات التي يقدمها المؤشر تشير إلى إحصاء وصفي أم استدلالي؟ فسر إجابتك.

c. كيف يمكن الاستفادة من قراءات المؤشر في الإحصاء الاستدلالي؟ أعطِ أمثلة.

12: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. تصنيفات طرق دعم التمويل، وحل المشاكل المتعلقة بالشركة: (التواصل مع البنوك، المؤسسات المالية، شركات التأمين)، تمثل بيانات:

a. نوعية – اسمية

b. نوعية – ترتيبية

c. كمية- منفصلة

2. أعمار العاملين في الشركة، تمثل بيانات:

a. نوعية – اسمية

b. كمية - متصلة

c. كمية - منفصلة

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

3. عدد القوائم المالية النهائية لتحديد نتائج الشركة، تمثل بيانات:

a. كمية - متصلة

b. نوعية - ترتيبية

c. كمية - منفصلة

13: أجب بصح أو خطأ عما يأتي:

a. كميات المشتريات في فواتير إدارة الحسابات: متغير كمي متصل. (.....)

b. خطط عملية لإدارة الأصول الثابتة في الشركة: متغير نوعي اسمي. (.....)

c. درجة حرارة جسم العامل: متغير كمي منفصل. (.....)

d. مؤهل الموظف اللازم للعمل في قسم الجودة: متغير نوعي ترتيبي. (.....)

e. الزمن اللازم لإتمام الجرد اليومي للخزنة: متغير كمي منفصل. (.....)

14: اذكر نوع كل عينة عشوائية في الدراسات الآتية:

a. يُطلب من كل سابع طالب يدخل كلية إدارة الأعمال تحديد مجاله المفضل.

b. اختيار بعض مشرفي المناوبات الليلية في الحراسات الأمنية باستخدام أرقام عشوائية.

c. فحص كل فطيرة جبن رقم 100 في خط إنتاج مصنع لتحديد مطابقتها للمواصفات.

d. في مؤسسة كبيرة، تتم مقابلة بعض مديري الإدارات بشكل عشوائي؛ لتحديد ما إذا كانوا يعتقدون أن الموظفين لديهم القدرة على الالتزام بالعمل في أوقات الدوام الإضافية.

e. تقسيم الطلاب حسب التخصص، واختيار طلاب أحد التخصصات كاملًا لتمثيل عينة الدراسة.

f. تقسيم أماكن الجلوس إلى مجموعتين حسب الجنس، ثم اختيار عدد معين من كل مجموعة.

g. اختيار 25 عميلًا بطريقة عشوائية من كل فرع من فروع الشركة واستطلاع آرائهم حول الخدمات المقدمة لهم.

15: ضمن دراسة أجرتها الهيئة العامة للإحصاء حول نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية كمتطلب من متطلبات التنمية المستدامة كانت النتائج كالآتي:

نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية (التعليم، الصحة، والتنمية الاجتماعية) من إجمالي الإنفاق الحكومي، للأعوام 2017-2018-2019

المؤشر	2017	2018	2019
نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية (التعليم، الصحة، والتنمية الاجتماعية) (%)	37	36	37

أجب عما هو مطلوب:

a. هل النتائج المعروضة أعلاه إلى إحصاء استدلالي أم وصفي؟ وضح إجابتك.

b. هل تمثل نسبة الإنفاق الحكومي في الجدول إحصاءة أم معلمة؟ ولماذا؟

c. باعتقادك؛ كيف تم اختيار العينة في هذه الدراسة وما نوعها -إن وجدت- ولماذا؟

d. ما نوع البيانات المستعملة في الدراسة؟

e. بالرجوع للميزانية العامة للمملكة العربية السعودية في الأعوام المذكورة في الدراسة: هل يمثل الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية النسبة الأعلى أم الأقل؟ ولماذا؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



اشترك مع ثلاثة أو أربعة من زملائك في طرح سؤال لدراسة مسحية مرتبطة بمسارك التخصصي:

1. حدد المجتمع والعينة الإحصائيين اللذين ستوظفهما في دراستك.
2. تأكد من العشوائية في اختيار العينة الإحصائية، ثم صف كيف يمكن تجنب التحيّز في اختيارها.
3. صمم استبانة مسحية؛ مراعيًا شروط تصميم فقرات الاستبانة.
4. صنّف البيانات التي سيتم جمعها إلى:
   a. أولية أو ثانوية.
   b. كمية أو نوعية.
   c. اسمية أو ترتيبية/ منفصلة أو متصلة/ فترية أو نسبية.
5. اقترح تطبيقًا تقنيًا لإرسال الاستبانات إلكترونيًا، ثم ناقش مزايا وعيوب استعمال الاستبانات الإلكترونية من واقع تطبيقك للمشروع.

الفصل الثاني

عرض البيانات وتلخيصها

Data Summarization and Presentation



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

التوزيعات التكرارية
Frequency Distributions

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أجمع البيانات الكمية والنوعية، وأنظمها في فئات باستخدام جداول التوزيعات التكرارية.

◂ **لماذا** ننظم البيانات؟



في فحصٍ للياقة الصحية، يمثل الجدول أدناه نتائج فحص مستوى السكر في الدم لمجموعة من طلاب الصف الثاني الثانوي، ويريد الممارس الصحي تلخيص هذه النتائج؛ لأن التلخيص يساعد في تنظيم البيانات، والكشف عن الخصائص المهمة عند دراستها.

114	110	130	100
100	72	120	200
89	90	89	110
300	98	103	91
123	100	190	105
118	107	133	152
120	115	67	85
125	120	95	88

يعتمد التحليل الإحصائي على فحص البيانات وتلخيصها وعرضها بطرق مختلفة؛ حيث يسهم ذلك في استخلاص الخصائص المميزة للبيانات وشرح سماتها الأساسية؛ فبعد جمعها يتم تلخيصها وعرضها بإحدى طريقتين: عرض البيانات في جداول، وعرض البيانات باستخدام الرسوم البيانية.

عرض البيانات الكمية

البيانات التي تحتوي على أرقام كثيرة؛ يصعب فهمها وتحليلها قبل تنظيمها؛ لذا لابد من تلخيصها وعرضها بطرق ميسرة تُسهِّل عملية فهمها. ومن هذه الطرق جداول التوزيعات التكرارية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

جدول التوزيع التكراري:

جدول يعرض فئات البيانات مع عدد تكرارها في كل فئة، يرمز حرف (f) إلى عدد تكرار البيانات في الفئة.

مكونات جدول التوزيع التكراري:

الحد الأدنى: يمثل أقل عدد يمكن أن تتضمنه الفئة.

الحد الأعلى: يمثل أكبر عدد يمكن أن تتضمنه الفئة.

طول الفئة: يعني المسافة بين الحدود الدنيا (أو العليا) للفئات المتتالية. ويمكن حسابه كالآتي:

طول الفئة = الحد الأدنى للفئة الثانية - الحد الأدنى للفئة الأولى.

المدى: هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى.

خطوات إنشاء جدول التوزيع التكراري للبيانات:

1. تحديد عدد الفئات المراد تضمينها في التوزيع التكراري (يجب أن يكون عدد الفئات بين 5 و20 كي يسهل التعامل معها).
2. حساب طول الفئة بالطريقة الآتية: تحديد مدى البيانات، قسمة النطاق على عدد الفئات وتقريب الناتج إلى العدد التالي المناسب.
3. حساب حدود الفئات: يمكن تحديد القيمة الأقل في البيانات حدًّا أدنى للفئة الأولى. والقيمة الأكبر في البيانات حدًّا أعلى للفئة الأخيرة. لحساب الحدود الدنيا المتبقية، أضف طول الفئة إلى الحد الأدنى للفئة السابقة، ولحساب الحدود العليا يكون الحد الأعلى للفئة الأولى أقل بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، ثم يضاف طول الفئة إلى الحد الأعلى؛ وهكذا لإيجاد حدود الفئات العليا المتبقية.
4. حساب تكرار البيانات في كل فئة.
5. حساب مجموع التكرارات لإيجاد إجمالي التكرار (f) لكل الفئات.

لاحظ:

في التوزيع التكراري لا يمكن أن تتداخل الفئات، ويجب أن تكون أطوالها متساوية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 1

البيانات المجاورة تمثل درجات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية، أنشئ جدولًا تكراريًّا لدرجات الطلاب يحتوي على ست فئات.

1	19	14	8	15
16	2	6	17	11
10	20	22	21	6
11	12	18	5	17
7	17	3	7	9
1	8	14	19	22
24	30	25	26	28
29				

الحل:

1. عدد الفئات = 6
2. المدى = أعلى قيمة – أقل قيمة.

أقل قيمة في البيانات (1) وأعلى قيمة (30). المدى = 30 - 1

= 29

3. $\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$$\text{طول الفئة} = \frac{29}{6} = 4.83 \cong 5$$

4. يمثل العدد الأصغر (1) في البيانات الحد الأدنى للفئة الأولى، وتكون الحدود الدنيا للفئات الست الأخرى، هي:

$1 + 5 = 6,$

$6 + 5 = 11,$

... وهكذا.

5. يمثل الرقم (5) الحد الأعلى للفئة الأولى، وهو أقل بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، وتكون الحدود العليا للفئات الأخرى هي:

$5 + 5 = 10,$

$10 + 5 = 15,$

... وهكذا.

6. يمثل عدد الدرجات التي تنتمي لكل فئة على حدة تكرار هذه الفئة.

على سبيل المثال؛ الدرجات 5, 3, 2, 1, 1 في الفئة الأولى (1–5)، فيكون تكرار هذه الفئة 5.

7. يعبر $\sum f$ عن مجموع تكرارات الفئات.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الفئات	التكرار (f)
1-5	5
6-10	8
11-15	6
16-20	8
21-25	5
26-30	4
	$\sum f = 36$

ويمكن اســتخلاص أن عدد الطلاب الذين تجاوزت درجاتهم 20 درجة 9 = 4 + 5 (نلاحظ في الجدول أعلاه أن الفئتين 21-25 و 26-30 تمثلان عدد الطلاب الذين تجاوزت درجاتهم 20 درجة).

قراءة الرموز

■ **الرمز اليوناني الكبير $\sum$:** يشير إلى مجموع القيم، ويقرأ "سيجما".

مثال 2



توضــح مجموعة البيانات الآتية الأســعار (بالريال) لـــ 30 جهازًا تعمل بنظــام تحديد المواقــع العالمي (GPS)، أنشــئ جدول التوزيــع التكراري للبيانات؛ بحيث يتكون من سبع فئات.

90	130	400	200	350	70	325	250	150	250	275	270	150	130	59	200	160	450	300
130	220	100	200	250	95	180	170	150	200	400								

الحل:

1. عدد الفئات = 7

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

2. المدى = أعلى قيمة – أقل قيمة.

أقل قيمة في البيانات (59) وأعلى قيمة (450). المدى = 450 – 59

= 391

3. $\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$\text{طول الفئة} = \frac{391}{7} = 55.86 \cong 56$

4. يمثل العدد الأصغر (59) في البيانات الحد الأدنى للفئة الأولى، وتكون الحدود الدنيا للفئات الست الأخرى، هي:

59 + 56 = 115,

115 + 56 = 171,

... وهكذا.

5. يمثل الرقم (114) الحد الأعلى للفئة الأولى، وهو أقل بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، وتكون الحدود العليا للفئات الأخرى هي:

114 + 56 = 170,

170 + 56 = 226,

... وهكذا.

6. يمثل عدد الأسعار التي تنتمي لكل فئة على حدة تكرار هذه الفئة.

على سبيل المثال؛ الأسعار 90, 70, 59, 100, 90 في الفئة الأولى (59–114)، فيكون تكرار هذه الفئة 5.

7. يعرض الجدول الآتي التوزيع التكراري للبيانات. ويعبر $\sum f$ عن مجموع التكرارات:

الفئات	التكرار (f)
59-114	5
115-170	8
171-226	6
227-282	5
283-338	2
339-394	1
395-450	3
	$\sum f = 30$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 1

تمثل البيانات الآتية أعمار عدد من المخترعين الذين نالوا براءات اختراع عام 2009م:

29	89	87	86	86	85	83	83	82	81	80	78	78	77	76	73	73	73	72	69
69	68	67	66	66	65	65	64	63	61	61	60	59	58	57	56	54	54	53	53
51	51	49	47	46	44	43	42	36	35										

قسم البيانات السابقة إلى ثمان فئات، ثم أنشئ توزيعًا تكراريًّا لهذه البيانات.

ماذا تلاحظ على مجموع التكرارات $(\sum f)$؟

من جدول التوزيع التكراري يمكن إيجاد مركز الفئة، والتكرار النسبي، والتكرار التراكمي لكل فئة.

مركز الفئة:

القيمة التي تتوسط الفئة. ويمكن إيجاده باستخدام القانون الآتي:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

التكرار النسبي للفئة:

تكرار الفئة (f) مقسومًا على مجموع التكرارات $(\sum f)$. ويمكن إيجاده باستخدام القانون الآتي:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة } (f)}{\text{مجموع التكرارات } (\sum f)}$$

يمكن كتابة التكرار النسبي في صورة كسر أو عدد عشري أو نسبة مئوية، ويجب أن يكون مجموع التكرارات النسبية لجميع الفئات مساويًا لـ 1 أو 100%.

التكرار التراكمي للفئة:

مجموع تكرارات هذه الفئة والفئات التي قبلها.

الحدود الحقيقية للفئة:

لكل فئة حدان حقيقيان: حد أدنى حقيقي، وحد أعلى حقيقي.

ويمكن حساب الحد الأدنى الحقيقي والحد الأعلى الحقيقي كالآتي:

الحد الأدنى الحقيقي= الحد الأدنى - 0.5

الحد الأعلى الحقيقي= الحد الأعلى + 0.5

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 3

احسب مركز الفئة، والتكرارات النسبية، والتراكمية، والحدود الحقيقية لكل فئة، باستخدام التوزيع التكراري المذكور في المثال (2) مع التوضيح.

الحل:

الفئات	التكرار (f)	مركز الفئة	التكرارات النسبية	التكرارات التراكمية	الحدود الحقيقية
59–114	5	$\frac{59+114}{2} = 86.5$	$\frac{5}{30} = 0.17$	5	58.5–114.5
115–170	8	$\frac{115+170}{2} = 142.5$	$\frac{8}{30} = 0.26$	$5+8=13$	114.5–170.5
171–226	6	$\frac{171+226}{2} = 198.5$	$\frac{6}{30} = 0.2$	$13+6=19$	170.5–226.5
227–282	5	254.5	0.17	24	226.5–282.5
283–338	2	310.5	0.07	26	282.5–338.5
339–394	1	366.5	0.03	27	338.5–394.5
395–450	3	422.5	0.1	30	394.5–450.5
	$\sum f = 30$		$\sum$ التكرار النسبي $= 1$		

يمكن استخلاص معلومات عن هذه البيانات، على سبيل المثال: النطاق السعري الأكثر شيوعًا لجهاز GPS يقع بين 115 ريالًا إلى 170 ريالًا.

تفكير ناقد

ما أهمية حساب التكرار النسبي والتراكمي في بعض الدراسات؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 2

يبين الجدول المجاور عدد الساعات التي يقضيها مجموعة من الطلاب في الدراسة أسبوعيًا:

الفئة	التكرار
2-5	8
6-9	6
10-13	4
14-17	1
18-21	1

a. أوجد مركز الفئة والتكرار النسبي والتراكمي لكل فئة.

b. أوجد نسبة الطلاب الذين يقضون أقل من 10 ساعات في الدراسة أسبوعيًا.

عرض البيانات النوعية

يمكن عرض البيانات النوعية برسم جدول مكون من عمودين، حيث يمثل العمود الأول: الصفات (أو الفئات)، ويمثل العمود الثاني: عدد الأفراد المنتمين لكل صفة أو فئة. يرمز لتكرار الفئة بـ (n)، ويرمز لتكرار كل فئة c بـ (n_c).

ويمكن جمع التكرارات لكل فئة؛ حيث يساوي مجموع التكرارات حجم العينة الإجمالي، و $\sum_c$ تعني مجموع جميع الفئات، أي أن:

$$\sum_c n_c = n$$

مثال 4

تمثل البيانات أدناه حصول مجموعة من الموظفين على بدلات مالية مقابل ساعات إضافية في العمل؛ حيث يوضح الجدول أن الموظف الأول الذي يعمل في المنشأة رقم (24) لديه ساعات عمل إضافية بلغت (68) ساعة، بنسبة إنجاز (30.2%) ، ولكنه لم يحصل على البدلات المالية المستحقة. وهكذا باقي الموظفين.

أنشئ جدولًا تكراريًّا، واحسب التكرار النسبي للموظفين الحاصلين على بدلات مالية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

رقم الموظف	ساعات العمل الإضافية	نسبة الإنجاز	رقم المنشأة	الحصول على البدلات المالية المستحقة
1	68	30.2	24	لا
2	70	25.1	55	نعم
3	82	35.8	35	لا
4	76	47.9	26	لا
5	60	26.4	23	لا
6	76	35.6	52	نعم

الحل:

يوضح الجدول أدناه عدد الموظفين الذين لم يحصلوا على البدلات المالية المستحقة $n_1=4$، وعدد الموظفين الذين حصلوا على تلك البدلات $n_2=2$. حيث يعني الرقم 1 "لا" أي أنهم لم يحصلوا على البدلات المستحقة، والرقم 2 يعني: "نعم" أي أنهم قد حصلوا عليها. ويوضح الجدول كذلك التكرار النسبي لكل فئة:

الحصول على البدلات المالية المستحقة	التكرار	التكرار النسبي
لا	4	$\frac{4}{6} = 0.67$
نعم	2	$\frac{2}{6} = 0.33$
المجموع	6	1

في هذا المثال:

$$\sum_c n_c = n_1 + n_2 = 4 + 2 = 6$$

ويلاحظ أن مجموع التكرارات النسبية لمتغير معين دائمًا يساوي 1 (تمثل 100%).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 3

تمثل البيانات الآتية تقديرات طلاب فصل من فصول الصف الثالث ثانوي في مقرر الإحصاء:

ممتاز	جيد جدًّا	مقبول	ممتاز
مقبول	ضعيف	جيد	ضعيف
ممتاز	جيد	جيد	جيد جدًّا
ممتاز	مقبول	مقبول	مقبول

a. كوّن جدولًا تكراريًّا لتقديرات الطلاب، ثم احسب التكرار النسبي.

b. أوجد النسبة المئوية للطلاب الذين حصلوا على تقدير ممتاز.

c. أوجد عدد الطلاب الضعيفين في المقرر.

d. ماذا تستنتج عن درجات الطلاب؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية
Visualizing Frequency Distributions

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أمثّل البيانات الكمية بيانيًّا باستخدام المدرج التكراري، يدويًّا وتقنيًّا.
- أمثّل البيانات النوعية بيانيًّا باستخدام الأعمدة البيانية والقطاعات الدائرية، يدويًّا وتقنيًّا.
- أحلل التمثيلات البيانية (المدرج التكراري، الأعمدة البيانية، القطاعات الدائرية)، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.



كيف يمكن لأصحاب الشركات والمصانع الاستفادة من البيانات المتنوعة والهائلة، لاستنتاج المعلومات واتخاذ القرارات؟

في بعض الأحيان يكون من اليسير التعرف على البيانات، واستخراج معلومات واتخاذ قرارات من خلال النظر إلى ملخص بياني منظم عنها، لذا تستخدم التمثيلات البيانية في مجالات عديدة، حيث تسهّل فهم كميات ضخمة من البيانات، بسرعة أكبر من عرضها بشكلها الخام. ومن أشهر طرق تمثيل البيانات المدرج التكراري، الأعمدة البيانية، والقطاعات الدائرية. ويمكن رسمها يدويًّا أو تقنيًّا بواسطة برمجيات الرسم البياني.

تمثيل البيانات الكمية بيانيًّا

المدرج التكراري:

رسم بياني بأعمدة تمثل توزيع التكرار لمجموعة البيانات، ويتميز بالخصائص الآتية:

- يمثل المحور الأفقي حدود البيانات.
- يمثل المحور العمودي تكرار الفئات.
- تكون الأعمدة متلاصقة ومتتابعة.

لاحظ:

حتى تكون الأعمدة متلاصقة ومتتابعة في المدرج التكراري يجب أن تبدأ الأعمدة وتنتهي عند الحدود الحقيقية للفئات.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

إنشاء المدرج التكراري:

ينبغي أولًا أن نحسب الحدود الحقيقية للفئات؛ ولإيجاد هذه الحدود نطرح 0.5 من كل حد أدنى للحصول على الحدود الدنيا الحقيقية للفئة، ونضيف 0.5 إلى كل حد أعلى لإيجاد الحدود العليا الحقيقية؛ وذلك لأن البيانات عبارة عن أعداد صحيحة.



مثال 1

a. أنشئ مدرجًا تكراريًّا لجدول التوزيع التكراري للمثال (2) في الدرس السابق، ثم صِفْ هذه البيانات.

b. إذا علمت أن متوسط السعر العالمي لبيع هذه الأجهزة هو 301 ريال. فكيف تصف أسعار هذه الأجهزة؟

الحل:

a. إيجاد الحدود الحقيقية للفئات:

الحدود الدنيا والعليا الحقيقية للفئة الأولى هي:

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى: $59 - 0.5 = 58.5$

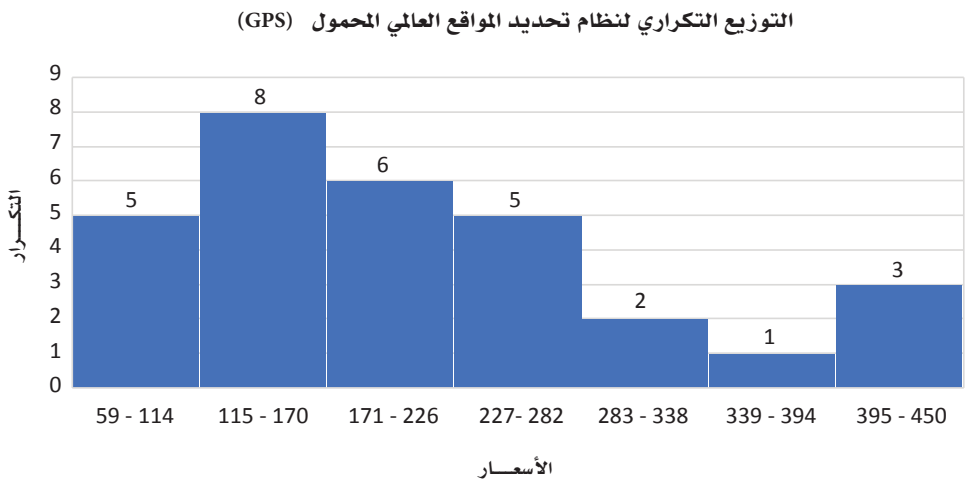
الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى: $114 + 0.5 = 114.5$

وهكذا بالنسبة للحدود الحقيقية للفئات الأخرى، كما في الجدول الآتي:

الفئات	التكرار (f)	الحدود الحقيقية للفئات
59-114	5	58.5-114.5
115-170	8	114.5-170.5
171-226	6	170.5-226.5
227-282	5	226.5-282.5
283-338	2	282.5-338.5
339-394	1	338.5-394.5
395-450	3	394.5-450.5
	$\sum f = 30$	

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

يعرض التمثيل الآتي المدرج التكراري لهذه البيانات:



من المدرج التكراري، يمكن اســتنتاج أن أكثر من نصف أجهزة نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) ســعرها أقل من 226.5 ريال.

b. وفقًا للنتائج؛ فإن متوسط سعر الجهاز يقع في الفئة 283-338، والأجهزة ذات السعر الأقل من هذه الفئة تبلغ نسبتها 80%، وهو ما يعني أن أسعار الأجهزة منخفضة عن متوسط السعر العالمي.

تحقق من فهمك 1

يبين الجدول الآتي عدد الســاعات التي يقضيها الطلاب في الدراسة، أنشئ المدرج التكراري لعرض البيانات، ثم استخدمه في وصفها:

الفئات	التكرار
2-5	8
6-9	6
10-13	4
14-17	1
18-21	1

وزارة التعـــليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تمثيل البيانات النوعية بيانيًّا



تعرض البيانات النوعية عن طريق المخططات والرسوم البيانية، مما يسهل عملية فهم البيانات وتفسير الحقائق ذات الصلة بالدراسة. ومن أشهر طرق عرض البيانات النوعية بيانيًّا: طريقة الأعمدة البيانية، وطريقة القطاعات الدائرية.

الأعمدة البيانية:

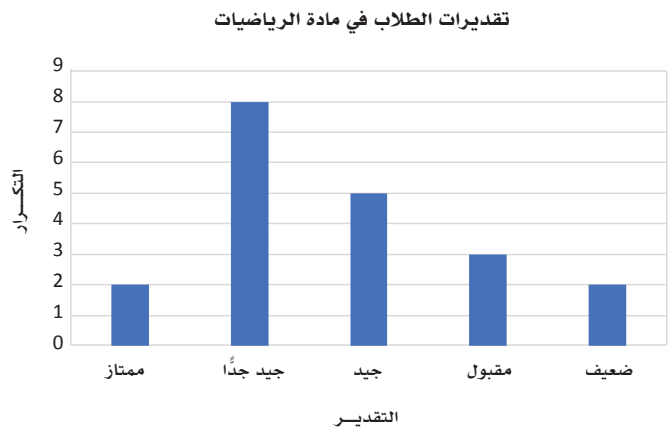
مجموعة من الأعمدة الرأسية أو المستطيلات المتساوية القاعدة، يتناسب ارتفاعها مع تكرار البيانات التي تمثلها. وعادة يخصص المحور الرأسي لتمثيل قيم الظاهرة، والمحور الأفقي لتمثيل الفئة.

مثال 2

تحتوي البيانات الآتية على عينة من تقديرات 20 طالبًا في مادة الرياضيات. مثل البيانات باستخدام الأعمدة، ثم صف مستويات الطلاب في مادة الرياضيات.

التقدير	عدد الطلاب
ممتاز	2
جيد جدًّا	8
جيد	5
مقبول	3
ضعيف	2

الحل:



من التمثيل بالأعمدة البيانية يلاحظ أن عدد الطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات قليل، لكن المستوى العام للطلاب مناسب؛ حيث إن نتائج أغلبهم تتراوح ما بين جيد جدًّا وجيد.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تفكير ناقد

لماذا لا يمكن استخدام المدرج التكراري لتمثيل البيانات في هذا المثال؟

تحقق من فهمك 2

تمثل البيانات الآتية عدد الطلاب الذين سيتم تكريمهم من قبل عميد كلية العلوم، مثل البيانات باستخدام الأعمدة.

القسم	العدد
الإحصاء وبحوث العمليات	10
الجيولوجيا	7
الكيمياء الحيوية	5
الفيزياء والفلك	8

القطاعات الدائرية:

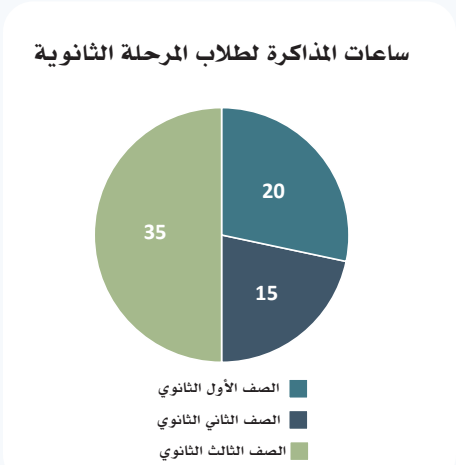
تمثيل بياني للبيانات النوعية على شكل دائرة. تمثِّل فيه كل فئة قطاعًا من الدائرة، ويكون مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي 100%، ومجموع زوايا الفئات يساوي 360 درجة (لماذا؟).

خطوات تمثيل النسب المئوية في القطاعات الدائرية:

1. حساب التكرار النسبي لكل فئة.
2. ضرب التكرار النسبي (المكون من كسور عشرية) في 360، للحصول على زاوية كل فئة.
3. استخدام الفرجار لرسم الدائرة، ثم استخدام المنقلة لرسم زاوية كل فئة.

مثال 3

يعرض التمثيل المجاور القطاعات الدائرية لساعات الدراسة لطلاب المرحلة الثانوية، مقسمة حسب الصف الدراسي. احسب زاوية كل فئة من قطاعات الدائرة.



الحل:

الصف	التكرار	التكرار النسبي	الزاوية
الأول الثانوي	20	$\frac{20}{70} = 0.29$	$0.29 \times 360 = 104.4$
الثاني الثانوي	15	$\frac{15}{70} = 0.21$	$0.21 \times 360 = 75.6$
الثالث الثانوي	35	$\frac{35}{70} = 0.5$	$0.5 \times 360 = 180$
المجموع	70	1	360

تفكير ناقد

لماذا لا يمكن تمثيل البيانات الآتية باستعمال القطاعات الدائرية؟

نسبة الأسهم التي يملكها زياد في شركات مختلفة	
القطاع	النسبة
الصناعات الكيميائية	35%
المواشي	12.5%
البناء والتشييد	67.7%
الأسمنت القابضة	42.3%
الزراعية	19%

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 3



تمثل البيانات الآتية فصائل الدم لـ 30 طالبًا من طلاب الصف الأول الثانوي:

$A^+, A^-, B^+, B^-, O+, O^-, AB^+, AB^-, A^-, B^-, A^-,$
$A^-, A^+, AB^+, B^+, AB^+, O^+, O^+, O^+, B^-, A^-,$
$AB^-, O^+, O^+ +, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+$

a. أنشئ جدولًا تكراريًّا لهذه البيانات.

b. مثّل البيانات باستخدام الأعمدة البيانية.

c. مثّل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية.

مقاييس النزعة المركزية
Measures of Central Tendency

في هـذا الـــدرس

- أوجد مقاييس النزعة المركزية (المتوســط الحسابي، الوسيط، المنوال) لمجموعة من البيانات، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.

ما أهمية مقاييس النزعة المركزية؟

سـبق وأن درسـت في مـادة الرياضيات مقاييـس النزعة المركزية، إن هذه المقاييـس تعد إحصائيات مختصرة، تهدف إلى الحصول على مواصفات أكثر دقة؛ لتحديد مركز البيانات.



مقاييس النزعة المركزية

تعرّف بأنها مجموعة من المقاييس التي تميل للتجمع حول قيمة مركزية محددة.

وفي الوقت الذي تفيد فيه الرسـوم البيانية في تلخيص البيانات، وإعطاء صورة شاملة عنها، فإن مقاييس النزعة المركزية تمثل إحصائيات مختصرة تعبر عن البيانات بقيمة واحدة؛ بهدف الحصول على مواصفات أكثر دقة، وتحديد مركز البيانات، وتسهيل التواصل حولها.

ويعد (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) من مقاييس النزعة المركزية الشائعة.



مقاييس النزعة المركزية

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المتوسط الحسابي (Mean):

المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات هو مركز البيانات، ويمكن حسابه للبيانات غير المبوبة بجمع تلك البيانات وقسمتها على عددها.

وللحصول عليه نفترض أن قيم البيانات هي: x_1، ... ،x_n، ثم لحساب المتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي والعينة نستخدم الصيغ الآتية:

المتوسط الحسابي للمجتمع: $\mu = \frac{\sum x}{n}$

المتوسط الحسابي للعينة: $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

لاحظ:

البيانات غير المبوبة: البيانات الخام الأولية التي يتم جمعها خلال إجراء الدراسة، وتظهر على شكل قيم عددية متفرقة.

البيانات المبوبة: البيانات التي يتم ترتيبها في مجموعة من الجداول التكرارية، وتحتوي هذه الجداول على عمودين: عمود الفئات، وعمود التكرارات.

قراءة الرموز

- يعبر عن المتوسط الحسابي للمجتمع بالحرف اليوناني الصغير μ (ويُقرأ ميو).
- يعبر عن المتوسط الحسابي للعينة بالحرف $\bar{x}$ (ويقرأ x بار).
- يرمز لعدد البيانات في المجتمع بالرمز N، تمييزًا له عن عدد البيانات في العينة الذي يرمز له بالرمز n.

مثال 1

تمثل البيانات الآتية الوقت الذي يقضيه مجموعة من طلاب الصف الأول الثانوي في الدراسة يوميًّا (بالدقائق). احسب المتوسط الحسابي للوقت الذي يقضيه الطلاب في المذاكرة.

60 30 100 120 180 70 50 300 80 40 10

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{(60+30+100+120+180+70+50+300+80+40+10)}{11} = 94.5$$

أي أن المتوسط الحسابي هو 94.5 دقيقة، وتعني أنه - في المتوسط - يقضي الطلاب 95 دقيقة يوميًّا للمذاكرة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 1



تمثل البيانات الآتية أطوال عينة مكونة من 10 لاعبين (من المنتخب السعودي لكرة القدم) مشاركين في كأس العالم 2022م. أوجد المتوسط الحسابي لأطوال اللاعبين.

160, 166, 171, 158, 175, 162, 173, 169, 182, 165

خصائص المتوسط الحسابي:

1. إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم x_1، ...، x_n يساوي $\bar{x}$ وتم إضافة قيمة مقدارها (C) لكل قيمة من هذه القيم فإن المتوسط الحسابي لها بعد الإضافة يُصبح $(\bar{x} + C)$.
2. إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم x_1، ...، x_n يساوي $\bar{x}$، وتم طرح قيمة مقدارها (C) من كل قيمة من هذه القيم فإن المتوسط الحسابي لها بعد الطرح يُصبح $(\bar{x} - C)$.
3. تؤثر القيم المتطرفة على حساب المتوسط الحسابي؛ ولذلك لا يفضل استخدام المتوسط الحسابي عند وجود قيم متطرفة في البيانات.

مثال 2

بالعودة إلى مثال (1)، إذا قرر كل طالب إضافة 15 دقيقة يوميًّا للمذاكرة، فكم يصبح المتوسط الحسابي الجديد؟

الحل:

$94.5 + 15 = 109.5$

إذن المتوسط الحسابي يساوي 109.5

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 2

تمثل البيانات الآتية أعداد الموظفين في فروع الشركة العقارية في عدد من مناطق المملكة، احسب المتوسط الحسابي لعدد الموظفين.

60	110	40	80	30
70	30	90	60	30
65	45	80	300	45
65	60	100	40	45

ماذا يحدث إذا حذفنا القيمة 300 من البيانات؟ ناقش ذلك.

الوسيط (Median):

أحد مقاييس النزعة المركزية المستخدمة لدراسة البيانات، وهو العدد الذي يتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعديًّا أو تنازليًّا. يسمى مكان الوسيط في البيانات رتبة الوسيط.

إذا كان حجم العينة n فرديًّا، فالوسيط هو الرقم الموجود في منتصف البيانات (ويمكن حساب رتبة الوسيط بالعلاقة $\frac{n+1}{2}$). أما إذا كان حجم العينة n زوجيًّا، فالوسيط هو المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين (ويمكن حساب رتبة الوسيط بحساب المتوسط الحسابي للقيمتين $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$).

خصائص الوسيط:

1. سهل الحساب والفهم.
2. لا يتأثر بالقيم المتطرفة.
3. محدد القيمة حيث يسبقه 50% من القيم، ويليه 50% منها؛ ولذا فهو متوسط مكانيًّا وليس متوسطًا حسابيًّا.

ويُفضل استخدامه عندما تحتوي مجموعة البيانات على بعض القِيَم المتطرفة. حيث يعطي الوسيط فكرة أدق عن قِيَم المجموعة مقارنة بالمتوسط الحسابي في هذه الحالة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 3

بالعودة إلى مثال (1)، احسب الوسيط للوقت الذي يقضيه الطلاب في المذاكرة.

الحل:

أولًا: ترتيب القيم تصاعديًا (أو تنازليًا):

300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 40, 30, 10

ثانيًا: بما أن عدد البيانات فردي، فالوسيط هو الرقم الذي يتوسط البيانات.

300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 40, 30, 10

إذن الوسيط = 80

ورتبة الوسيط:

$$= \frac{n+1}{2} = \frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

مثال 4

يعرض الجدول المجاور مساحات ثمان دولٍ تُصنف من أصغر دول العالم. أوجد الوسيط لمساحات تلك الدول.

الدولة	المساحة (بالكيلومتر المربع)
توفالو	25.9
ناورو	20
سان كيتس ونيفيس	269
جزر المارشال	181
مالطا	316
المالديف	297
ليختنشتاين	160
سان مارينو	61.2

الحل:

أولًا: ترتيب البيانات من الأصغر للأكبر

20, 25.9, 61.2, 160, 181, 269, 297, 316

ثانيًا: بما أن عدد البيانات زوجي فالوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين تتوسطان البيانات.

$$\text{الوسيط} = \frac{181+160}{2} = 170.5$$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 3

هل يتغير الوسيط في المثال السابق إذا أضفنا دولة أخرى وكانت مساحتها 300 كيلومتر مربع؟ ناقش إجابتك.

احسب المتوسط الحسابي للمثال السابق، ثم قارن بينه وبين الوسيط، وبرر سبب الاختلاف بينهما.

المنوال (Mode):

أحد مقاييس النزعة المركزية، ويشير إلى القيمة الأكثر شيوعًا (تكرارًا) بين القيم.

يمكـن أن يكون للبيانات منوال واحد أو أكثر. فقد تكـون البيانات ثنائية المنوال؛ وذلك عند وجود قيمتين بنفس التكرار الأكبر. وقد لا يكون لها منوال وذلك إذا لم تتكرر أي من القيم أو تكررت كل القيم بالعدد نفسه من المرات.

يُفضل استخدام المنوال مع البيانات النوعية.

مثال 5



تمثل البيانات الآتية الأسـعار (بالريـال) لبعض رحلات الطيـران من جـدة إلى الدمام في غير أوقـات الذروة. ما منوال أسعار الرحلات؟

872, 432, 397, 427, 388, 782, 397

الحل:

يظهر السـعر 397 مرتين، بينما تظهر الأسـعار الأخرى مرة واحدة فقط؛ لذا فإن منوال أسعار الرحلات هو 397 ريالًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 6

تعــرض البيانات الآتية الوقت الذي يقضيــه 13 طالبًا من الصف الأول الثانوي في المذاكرة يوميًّا، أوجد المنوال.

30, 300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 10

الحل:

المنوال: 120 و 30.

مثال 7

تمثل البيانات الآتية فصائل الدم لسبعة من طلاب الصف الأول في مدرسة ما. أوجد المنوال.

$A^+, AB^+, O^+, A^-, B^-, B^+, O^-$

الحل:

لا يوجد منوال.

تحقق من فهمك 4

إذا كانت البيانات الآتية تشــير إلى نســبة الكفاءة الذاتية لدى موظفي الموارد البشــرية في عدد من شركات القطاع الخاص:

83%	87%	84%	35%	65%
80%	87%	65%	67%	87%

أوجد المنوال للبيانات السابقة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مقاييس التشتت
Measures of Dispersion

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أوجد مقاييس التشتت (المدى، التباين، الانحراف المعياري) لمجموعة من البيانات، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.

◂ **فكر** أراد المعلم صالح أن يعرف ما إذا كان هنالك اختلاف بين درجات الصفين (أ) و(ب) من الأول الثانوي في مادة الرياضيات، فوجد أن الصفين لهما المتوسط الحسابي نفسه مع اختلاف درجات الطلاب فيهما. ماذا يفعل المعلم لفهم طبيعة هذه البيانات؟



في هذه الحالة يحتاج المعلم لإيجاد مقاييس تقيس درجة اختلاف أو تقارب البيانات، وهذه المقاييس تسمى (مقاييس التشتت).

◂ **لماذا** تُدرس مقاييس التشتت؟

يحتاج الباحث في كثير من الأحيان إلى وصف البيانات عن طريق التعرف على مدى انتشارها، ومعرفة ما إذا كانت البيانات متقاربة من بعضها (متجانسة) أو متباعدة عن بعضها (متشتتة). مثلما أراد المعلم صالح أن يعرف ما إذا كان هنالك تباعد أو تقارب بين درجات طلاب الصفين (أ) و(ب) في مادة الرياضيات.

مقاييس التشتت

مجموعة المقاييس التي يمكن من خلالها الحكم على مدى تقارب البيانات (تجانسها) أو تباعدها (تشتتها) عن بعضها. ومن أشهر مقاييس التشتت: المدى، التباين، والانحراف المعياري.

المدى (Range): مقياس تشتت يصف انتشار البيانات؛ عن طريق حساب الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في البيانات.

التباين (Variance): مقياس تشتت يصف بعد البيانات عن متوسطها الحسابي.

يعرف التباين للمجتمع على أنه متوسط مربع مجموع الانحرافات، ويمكن حسابه للمجتمع وفق الصيغة:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}$$

ويتم حساب التباين للعينة بالقسمة على n-1، وفق الصيغة:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

لاحظ:

مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفر.

الانحراف المعياري (Standard Deviation): هو الجذر التربيعي للتباين، ويمكن حسابه للمجتمع وفق الصيغة:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}}$$

في حين يتم حسابه للعينة، وفق الصيغة:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

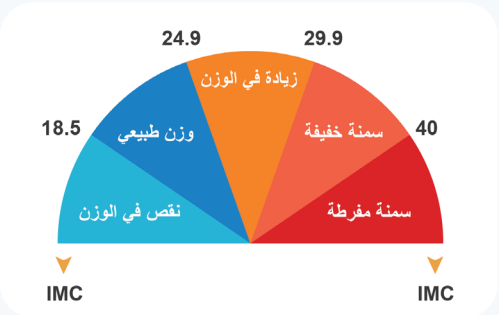
تفكير ناقد

عند استخراج النتائج في الدراسات العلمية، فإنه غالبًا ما يتم التركيز على الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي. برأيك لماذا؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 1

البيانات الآتية جزء من البيانات التشخيصية لمجموعة من المرضى الذين تعرضوا للإصابة بتصلب الشرايين، أوجد الانحراف المعياري لمعدل كتلة الجسم لمجموعة المرضى.



رقم المريض	معدل كتلة الجسم
1	30.2
2	25.1
3	35.8
4	47.9
5	26.4
6	35.6
7	22

الحل:

أولًا: المتوسط الحسابي:

$$\overline{X}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{30.2+25.1+35.8+47.9+26.4+35.6+22}{7}=\frac{223}{7}=31.85$$

ثانيًا: التباين:

$$s^2=\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n-1}=\frac{(30.2-31.85)^2+(25.1-31.85)^2+(35.8-31.85)^2+(47.9-31.85)^2+(26.4-31.85)^2+(35.6-31.85)^2+(22-31.85)^2}{7-1}$$

$$=77.04$$

ثالثًا: الانحراف المعياري:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{77.04} = 8.7$$

يلاحظ أن قيمة الانحراف المعياري 8.7 كبيرة نسبيًّا، تشير إلى أن معدلات كتلة الجسم لدى الأشخاص الذين أصيبوا بتصلب الشرايين متباينة بشكلٍ واضح.

إثـــراء

معدل كتلة الجسم

تربط العديد من الدراســات بين ارتفاع نســب الإصابة بعدد من الأمراض المزمنة ومعدل كتلة الجســم، الذي يعرّف بأنه مقياس لتقييم الوزن الطبيعي لجســم الإنسان. وبشكل عام إذا بلغت قيمة مؤشر كتلة الجسم أكثر من 30 فإنها تشير إلى سمنة.

تحقق من فهمك 1

في الجدول الآتي أسعار لعبة إلكترونية للأطفال في بعض محلات مدينة الرياض، احسب الانحراف المعياري لهذه الأسعار. ثم صف معنى النتيجة التي توصلت إليها.

118	104	89	125	112	110	115	90	110	111

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

1: يوضِّح الجدول التكراري الآتي ارتفاعات عدد من الجبال في المملكة العربية السعودية بالمتر:

الارتفاع	1000 – 1499	1500 – 1999	2000 – 2499	2500 – 2999	3000 – 3500	الإجمالي
التكرار	5	1	12	41	2	61

a. ما عدد الجبال التي يزيد ارتفاعها عن 1499 m؟

b. أوجد نسبة الجبال التي يقل ارتفاعها عن 2000 m.

c. أوجد مركز الفئة الثالثة.

d. أنشئ المدرج التكراري لهذه البيانات.

2: يوضِّح الجدول الآتي درجات 50 طالبًا في اختبار الإحصاء:

الدرجات	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 60	الإجمالي
التكرار	3	8	10	8	15	6	50

a. ما عدد الطلاب الناجحين إذا علمت أن درجة النجاح هي 30؟

b. أوجد مركز الفئة الثالثة.

c. أوجد التكرار النسبي للفئة الرابعة.

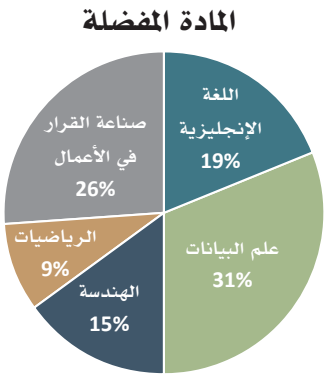
d. ارسم المدرج التكراري.

3: يعرض التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه المادة المفضلة للطلاب في أحد الصفوف. باستخدام المعلومات المعطاة في القطاع الدائري:

a. أوجد نسبة للطلاب الذين يفضلون مادة علم البيانات.

b. قارن بين نسبة الطلاب الذين يفضلون مادة "صناعة القرار في الأعمال" وأولئك الذين يفضلون "الهندسة" و"الرياضيات".

c. استنادًا للتمثيل المعطى؛ هل يمكن القول بأن الطلاب لا يفضلون مادة الرياضيات؟ برر إجابتك.



4: ضمن دراسة للمحطة الرسمية حول تفضيلات المشاهدين للبرامج التلفازية؛ أظهرت النتائج الآتي:

البرامج	العلمية	الرياضية	الإخبارية	الثقافية
النسبة	24%	15%	12%	49%

a. أنشئ تمثيلًا مناسبًا، وبرر سبب اختيارك لهذا التمثيل.

b. ما سبب انخفاض نسبة مشاهدة الأخبار مقارنة بالبرامج العلمية، من وجهة نظرك؟

c. هل يمكنك تخمين أعمار المشاهدين المستهدفين بالدراسة؟ فسر إجابتك.

5: أوجد المتوسط الحسابي لأول 10 أعداد أولية (تلميح: العدد الأولي هو عدد طبيعي أكبر من 1، لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد فقط).

6: إذا كان المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين في شركة عقارية 5500 ريالًا، وتم إضافة علاوة 500 ريالًا لكل موظف، احسب المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين بعد الزيادة. ماذا تلاحظ؟ وضح إجابتك.

7: أجرى المعلم لفصل من فصول الثالث الثانوي اختبارًا في اللغة الإنجليزية، ويريد المعلم معرفة ما إذا كان مستوى أداء الطلاب متقاربًا أم لا. إذا كانت درجات الطلاب على الاختبار 85, 86, 100, 76, 81, 93, 84, 99, 71, 96, 93, 85, 81, 87, 98. فاحسب الانحراف المعياري لهذه الدرجات، ثم فسّر قيمته.

8: إذا علمت أن المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في اختبار مادة الهندسة هو 90، وأن عدد الطلاب الذين يدرسون المادة هو 20. فما مجموع جميع درجات الطلاب في الاختبار؟

9: أعطِ ثلاثة أمثلة من واقع الحياة على تأثير القيمة المتطرفة عند حساب المتوسط الحسابي.

10: بيّن مع ذكر السبب ما إذا كان يمكنك إعطاء أمثلة على بيانات تحقق الآتي:

- مقاييس النزعة المركزية متساوية.
- الانحراف المعياري أكبر من المتوسط الحسابي.
- التباين = الانحراف المعياري.
- المتوسط الحسابي = 0، والانحراف المعياري = 2.
- ثنائية المنوال، ولا يمكن إيجاد المدى.

11: أوجد قيمًا ممكنة للانحراف المعياري لمجموعة من البيانات، بحيث تكون قيمتها أكبر من تباينها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

- أطبق المفاهيم والمهارات الإحصائية في سـياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة، باسـتخدام البرامج التقنية المناسبة.
- أُجري تحليلًا إحصائيًا وصفيًا للبيانات المرتبطة بالصحة والحياة، باسـتخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فرديًا وضمن فريق.

تطبيق (1):

يعرض الجدول أدناه بيانات دراسة لإيجاد العلاقة بين معدل فيتامين D والكالسيوم في الدم، والجنس، لدى عينة من المرضى. وتتكون من 20 مستجيبًا.

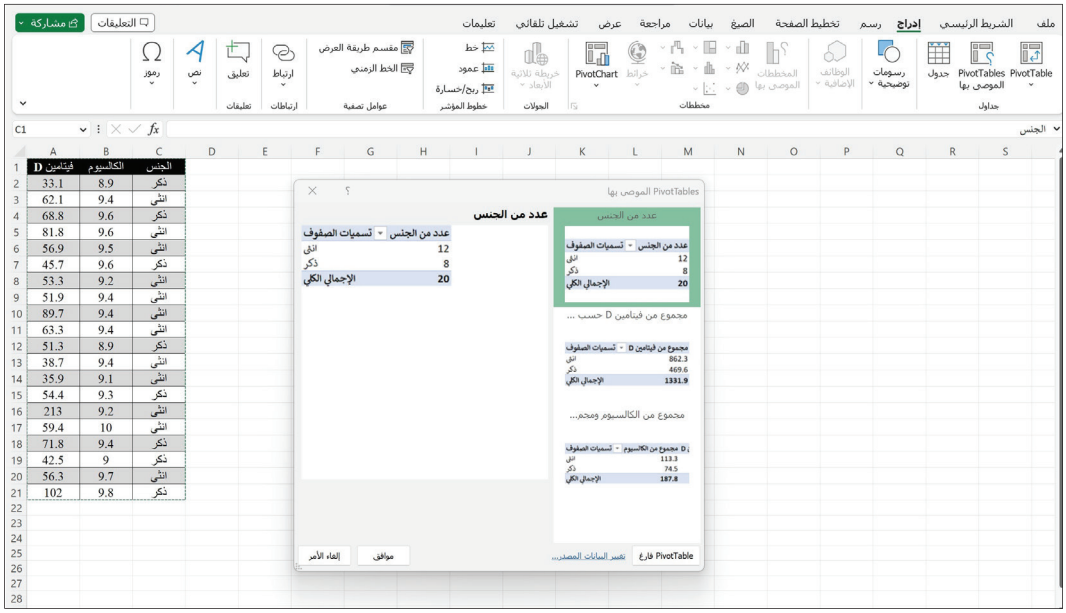
فيتامين D	الكالسيوم	الجنس
33.1	8.9	ذكر
62.1	9.4	أنثى
68.8	9.6	ذكر
81.8	9.6	أنثى
56.9	9.5	أنثى
45.7	9.6	ذكر
53.3	9.2	أنثى
51.9	9.4	أنثى
89.7	9.4	أنثى
63.3	9.4	أنثى
51.3	8.9	ذكر
38.7	9.4	أنثى
35.9	9.1	أنثى
54.4	9.3	ذكر
213	9.2	أنثى
59.4	10	أنثى
71.8	9.4	ذكر
42.5	9	ذكر
56.3	9.7	أنثى
102	9.8	ذكر

تشـمل المتغيرات المختارة لهـذا التحليل: العمر، والجنس، ومسـتويات فيتامين D في البلازما، ومسـتويات الكالسيوم في البلازما. الخطوة الأولى: استكشاف مجموعة البيانات بالتركيز على المتغيرين المهمين: (فيتامين D والكالسيوم)، والجنس.

A: باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) أنشئ الجدول التكراري لمجموعة المستجيبين المشاركين في الدراسة من الجنسين.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الجدول التكراري:

1. أدخل بيانات الجدول في الأعمدة الثلاثة الأولى.
2. اضغط إدراج.
3. اختر جدول.
4. من جداول اختر PivotTable الموصى بها.
5. حدد الخلايا من C1 إلى C21.
6. ستظهر نافذة جديدة فيها الجدول التكراري.



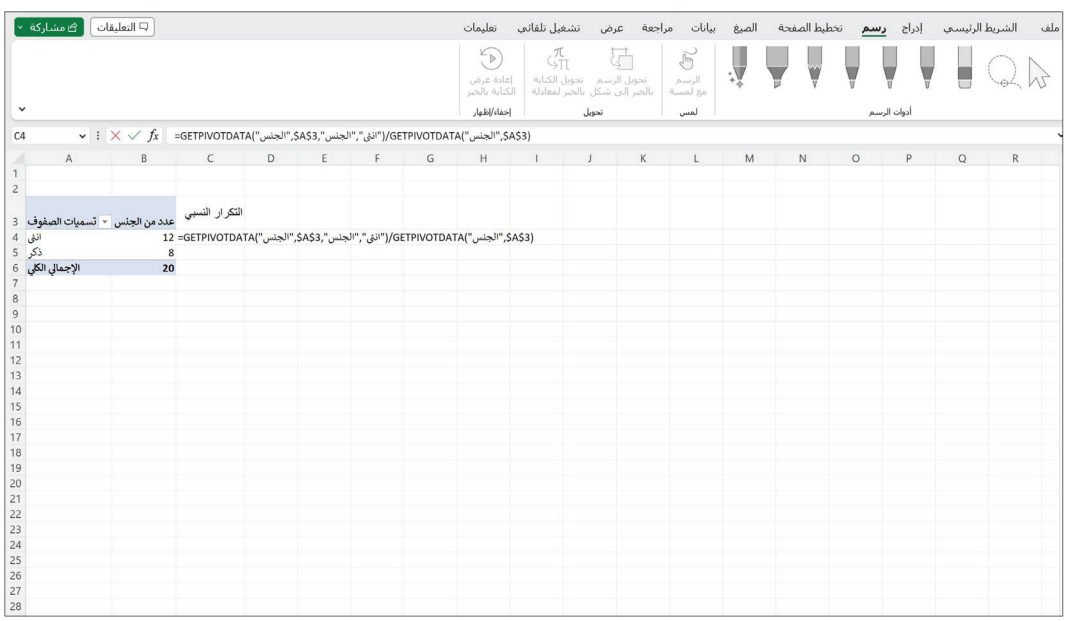
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الجنس	التكرار
ذكر	8
أنثى	12

B: من الجدول السابق أوجد التكرار النسبي لمتغير "الجنس".

اتبع الخطوات الآتية لإيجاد التكرار النسبي:

1. **انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.**
2. **حدد الخلية المراد حساب التكرار النسبي لها.**
3. **ابدأ بحساب التكرار النسبي، ضع =**
4. **حدد الخلية الأولى من عمود "عدد من الجنس".**
5. **اكتب علامة القسمة من لوحة التحكم.**
6. **اختر المجموع من عمود "عدد من الجنس".**
7. **كرر العملية للخلية التالية من عمود "عدد من الجنس".**

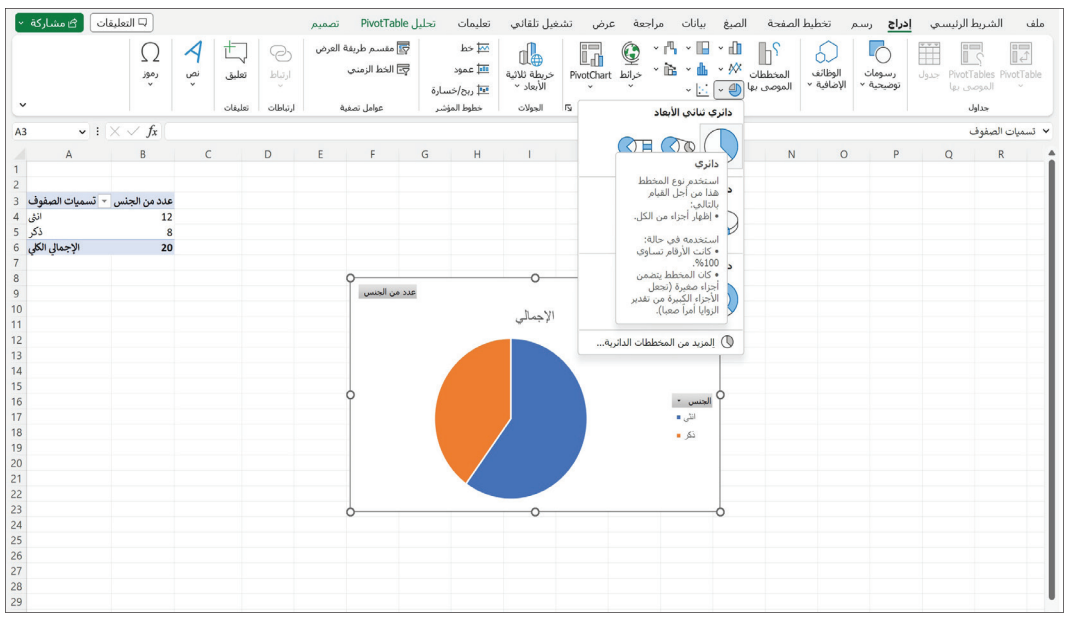


الجنس	التكرار	التكرارالنسبي
ذكر	8	0.4
أنثى	12	0.6

C: مثّل بيانات متغير "الجنس" باستخدام القطاعات الدائرية والأعمدة البيانية.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء القطاعات الدائرية:

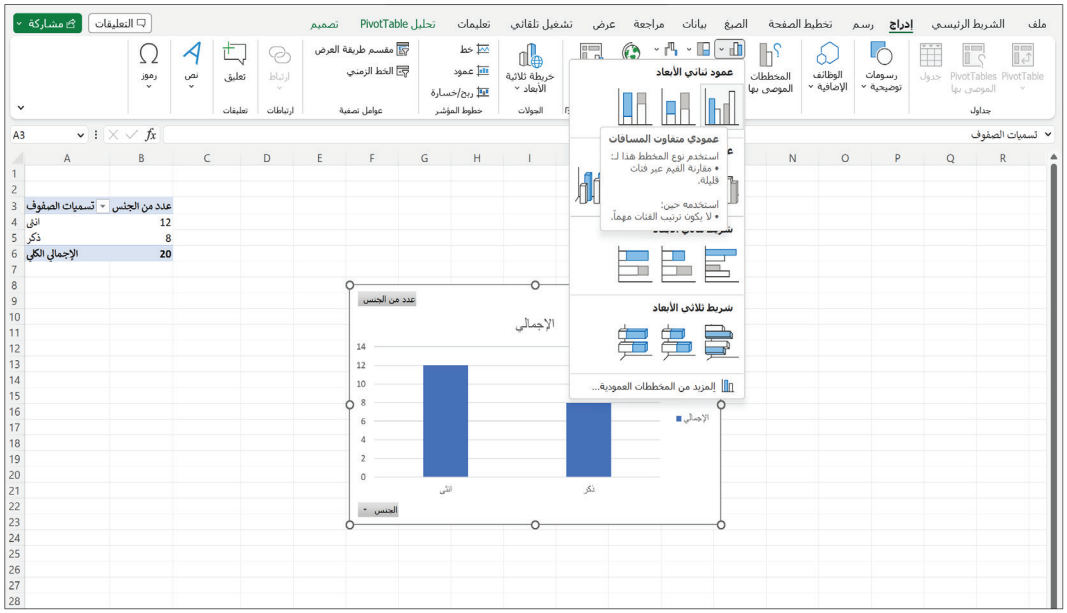
1. **باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود "الجنس" و"التكرار".**
2. **اضغط إدراج.**
3. **اختر القطاعات الدائرية من "المخططات".**
4. **اختر القطاع الدائري المناسب.**



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

ويمكن تمثيل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية باتباع الخطوات الآتية:

1. باستخدام الجدول التكراري السَّابق حدد عمود "الجنس" و"التكرار".
2. اضغط إدراج.
3. اختر الأعمدة البيانية من "المخططات".
4. اختر الأعمدة البيانية المناسبة.

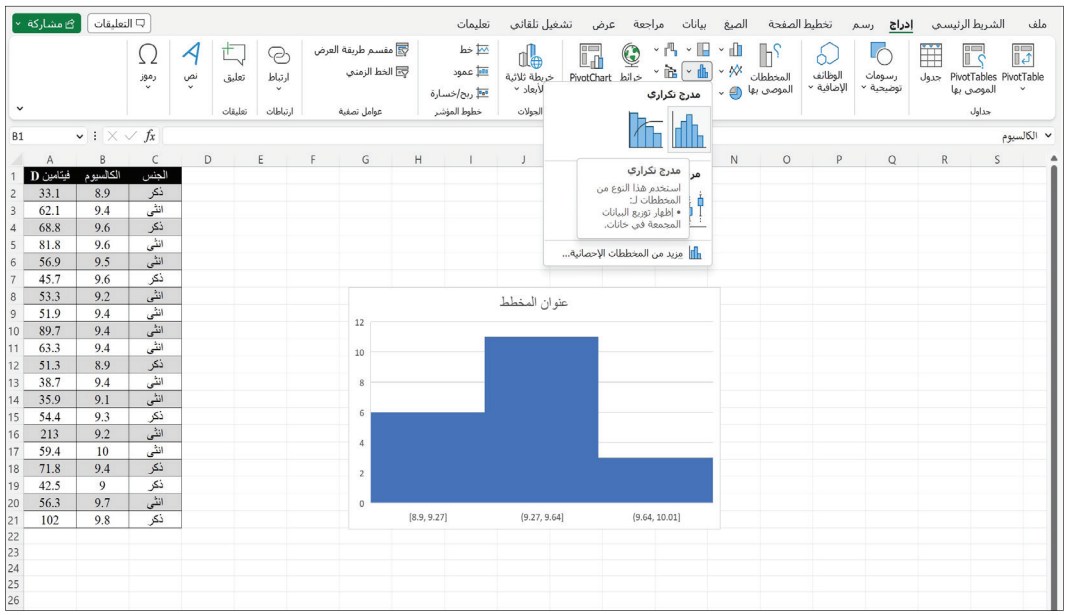


D: استخدم المدرج التكراري لتمثيل مستوى الكالسيوم لدى المستجيبين.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء المدرج التكراري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. حدد جميع خلايا عمود الكالسيوم.
3. اضغط إدراج.
4. اختر المدرج التكراري من "المخططات".

5. اختر المدرج التكراري المناسب.



	A	B	C
1	فيتامين D	الكالسيوم	الجنس
2	33.1	8.9	ذكر
3	62.1	9.4	انثى
4	68.8	9.6	ذكر
5	81.8	9.6	انثى
6	56.9	9.5	انثى
7	45.7	9.6	ذكر
8	53.3	9.2	انثى
9	51.9	9.4	انثى
10	89.7	9.4	انثى
11	63.3	9.4	انثى
12	51.3	8.9	ذكر
13	38.7	9.4	انثى
14	35.9	9.1	انثى
15	54.4	9.3	ذكر
16	213	9.2	انثى
17	59.4	10	انثى
18	71.8	9.4	ذكر
19	42.5	9	ذكر
20	56.3	9.7	انثى
21	102	9.8	ذكر

ملاحظة: بالضغط على علامة (+) في أعلى يسار التمثيل يمكن الاستفادة من العديد من المزايا الإضافية مثل كتابة مسميات المحاور.

E: أوجد مقاييس النزعة المركزية للبيانات المتعلقة بفيتامين D وكذلك مستوى الكالسيوم لدى المستجيبين.

اتبع الخطوات الآتية لحساب مقاييس النزعة المركزية:

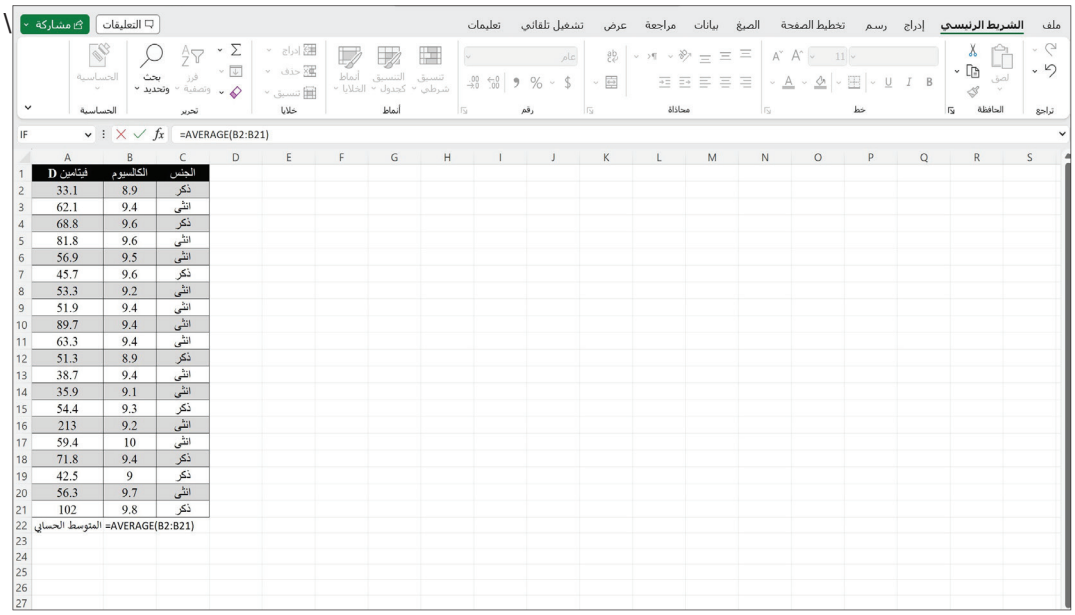
1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب المتوسط الحسابي، ضع =
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالمتوسط الحسابي AVERAGE.
4. داخل الأقواس حدد جميع خلايا العمود المراد حساب المتوسط الحسابي له، في هذه الحالة فيتامين D.
5. كرر العملية نفسها للوسيط MEDIAN والمنوال MODE.SNGL.

لاحظ:

في الإصدارات السابقة من Excel، دالة المنوال هي MODE.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

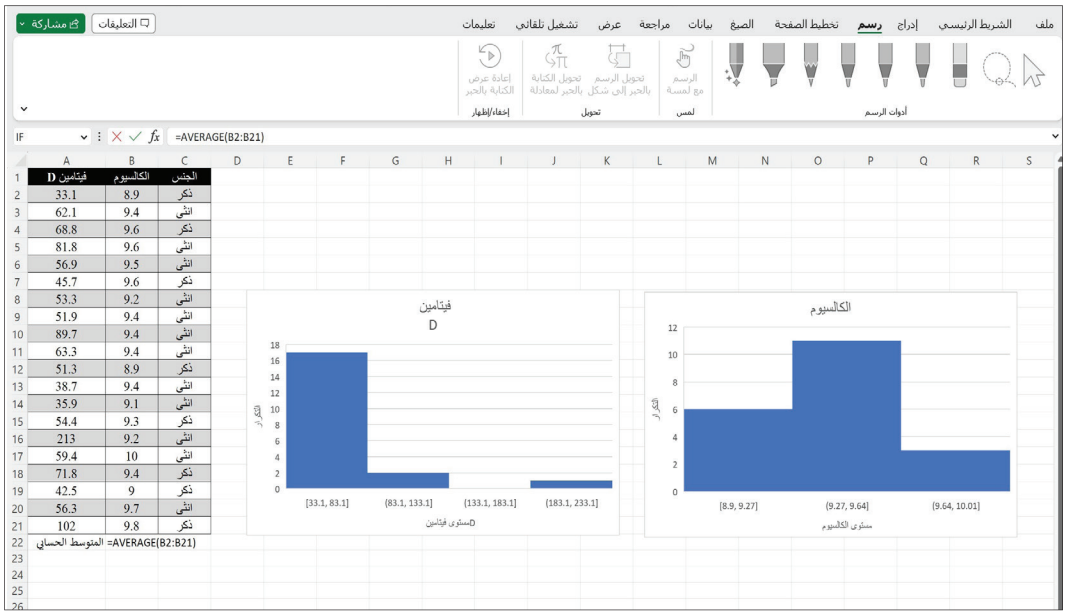
6. كرر العملية نفسها للعمود الآخر، الكالسيوم.



فيتامين D	الكالسيوم	الجنس
33.1	8.9	ذكر
62.1	9.4	انثى
68.8	9.6	ذكر
81.8	9.6	انثى
56.9	9.5	انثى
45.7	9.6	ذكر
53.3	9.2	انثى
51.9	9.4	انثى
89.7	9.4	انثى
63.3	9.4	انثى
51.3	8.9	ذكر
38.7	9.4	انثى
35.9	9.1	انثى
54.4	9.3	ذكر
213	9.2	انثى
59.4	10	انثى
71.8	9.4	ذكر
42.5	9	ذكر
56.3	9.7	انثى
102	9.8	ذكر

مقياس النزعة المركزية	فيتامين D	الكالسيوم
المتوسط الحسابي	66.595	9.39
الوسيط	56.6	9.4
المنوال	لا يوجد	9.4

بالنسبة لفيتامين D نلاحظ أن قيمتي المتوسط الحسابي والوسيط ليستا متقاربتين، ولا يوجد منوال، أما الكالسيوم فجميع مقاييس النزعة المركزية ذات قيم متقاربة، هذا يعني أن مستويات فيتامين D لدى الأشخاص المشاركين في الدراسة متباعدة وأن مستويات الكالسيوم لديهم متقاربة. الشكل أدناه يمثل المدرج التكراري لهما.

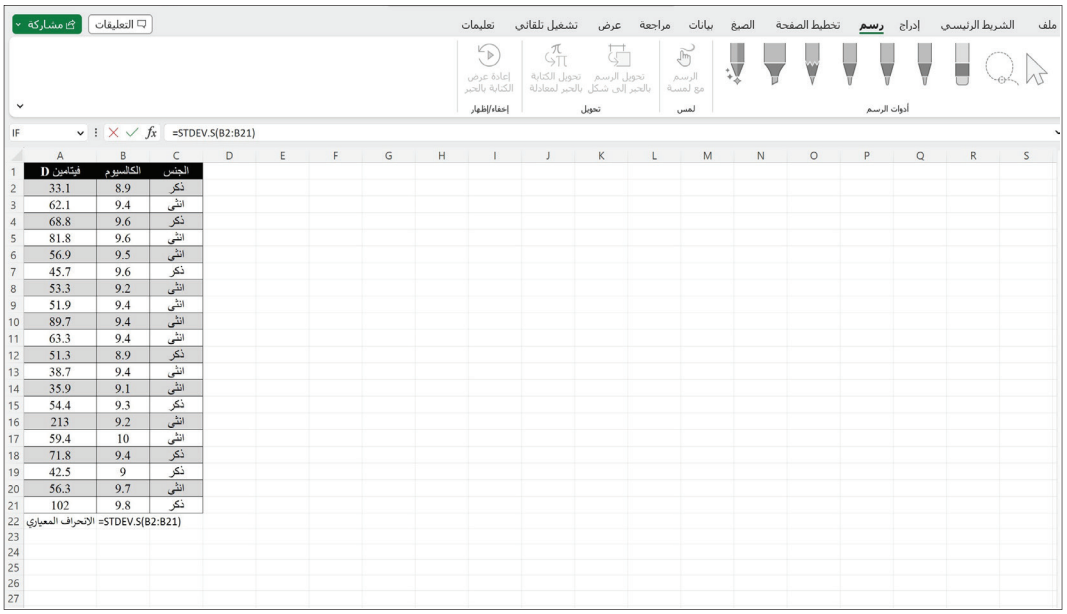


F: أوجد الانحراف المعياري لمستوى فيتامين D ومستوى الكالسيوم للمستجيبين.

اتبع الخطوات الآتية لإيجاد الانحراف المعياري:

1. **انتقل إلى البيانات في البرنامج.**
2. **في خلية فارغة ابدأ بحساب الانحراف المعياري، ضع =**
3. **ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالانحراف المعياري STDEV.S.**
4. **داخل الأقواس، حدد جميع خلايا العمود المراد حساب الانحراف المعياري له، في هذه الحالة فيتامين D**
5. **كرر العملية نفسها للعمود الآخر الكالسيوم.**

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



الجنس	فيتامين D	الكالسيوم
ذكر	33.1	8.9
انثى	62.1	9.4
ذكر	68.8	9.6
انثى	81.8	9.6
انثى	56.9	9.5
ذكر	45.7	9.6
انثى	53.3	9.2
انثى	51.9	9.4
انثى	89.7	9.4
انثى	63.3	9.4
ذكر	51.3	8.9
انثى	38.7	9.4
انثى	35.9	9.1
ذكر	54.4	9.3
انثى	213	9.2
انثى	59.4	10
ذكر	71.8	9.4
ذكر	42.5	9
انثى	56.3	9.7
ذكر	102	9.8

	فيتامين D	الكالسيوم
الانحراف المعياري	36.8	0.27

يظهـــر الجـــدول أعلاه أن الانحراف المعيـــاري لفيتامين D هو 36.8 مما يعني أن مســـتويات فيتامين D لدى المستجيبين في الدراسة ليست متقاربة، وعلى العكس من ذلك فإن الانحراف المعياري لمستوى الكالسيوم في الدم يبين أنه متقارب.

تطبيق (2):

تريد المرشـــدة الصحية إيجاد العلاقة بين كفاية النوم والجهد البدني للطالبات ممثلاً في ممارســـة رياضة المشي، لدى عينة من طالبات المرحلة الثانوية. ويعرض الجدول أدناه بيانات 20 طالبة من المشاركات في الدراسة.

الطالبات	خطوات المشي	دقائق النوم	الصف الدراسي
1	20913	300	الأول الثانوي
2	7000	440	الأول الثانوي
3	19548	380	الأول الثانوي
4	1030	420	الأول الثانوي

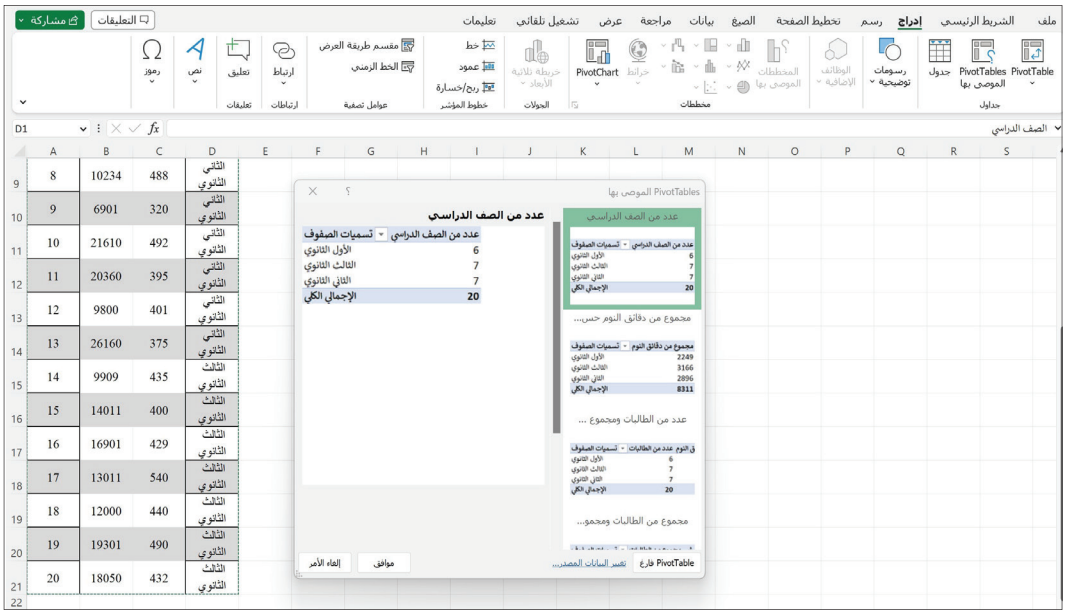
الطالبات	خطوات المشي	دقائق النوم	الصف الدراسي
5	5400	401	الأول الثانوي
6	8970	308	الأول الثانوي
7	6676	425	الثاني الثانوي
8	10234	488	الثاني الثانوي
9	6901	320	الثاني الثانوي
10	21610	492	الثاني الثانوي
11	20360	395	الثاني الثانوي
12	9800	401	الثاني الثانوي
13	26160	375	الثاني الثانوي
14	9909	435	الثالث الثانوي
15	14011	400	الثالث الثانوي
16	16901	429	الثالث الثانوي
17	13011	540	الثالث الثانوي
18	12000	440	الثالث الثانوي
19	19301	490	الثالث الثانوي
20	18050	432	الثالث الثانوي

A: باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) أنشئ الجدول التكراري لدقائق النوم للطالبات المشاركات في الدراسة.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الجدول التكراري:

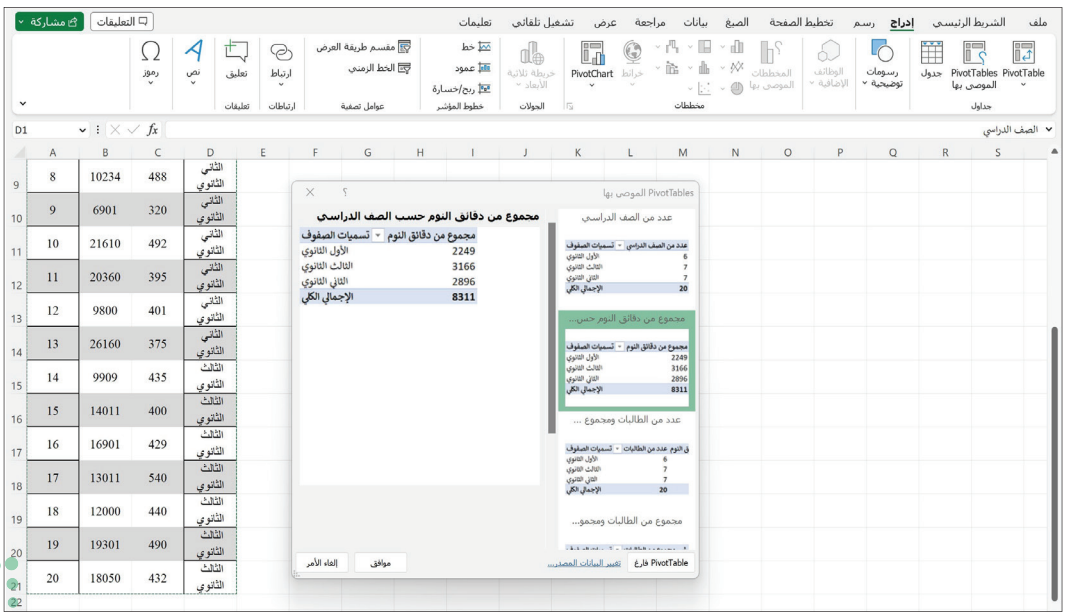
1. **أدخل بيانات الجدول في الأعمدة الأربعة الأولى.**
2. **اضغط إدراج.**
3. **اختر جدول.**
4. **من جداول اختر PivotTable الموصى بها.**
5. **حدد الخلايا من D1 إلى D21.**
6. **ستظهر نافذة جديدة فيها الجدول التكراري.**

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



الصف	التكرار
الأول الثانوي	6
الثاني الثانوي	7
الثالث الثانوي	7

أوجد الجدول التكراري لدقائق النوم للطالبات المشاركات في الدراسة حسب الصف.

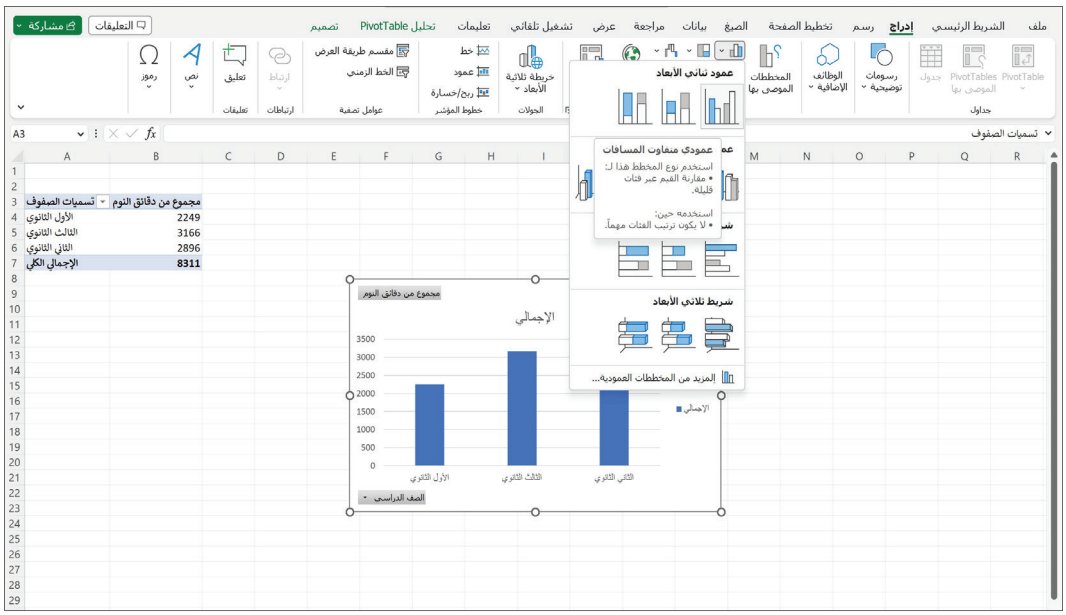


الصف	دقائق النوم
الأول الثانوي	2249
الثاني الثانوي	3166
الثالث الثانوي	2896

B: من الجدول السابق أنشئ الأعمدة البيانية لدقائق النوم لطالبات المرحلة الثانوية حسب الصف الدراسي.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الأعمدة البيانية:

1. **انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.**
2. **باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود "الصف" وعمود "دقائق النوم".**
3. **اضغط إدراج.**
4. **اختر الأعمدة البيانية من "المخططات".**



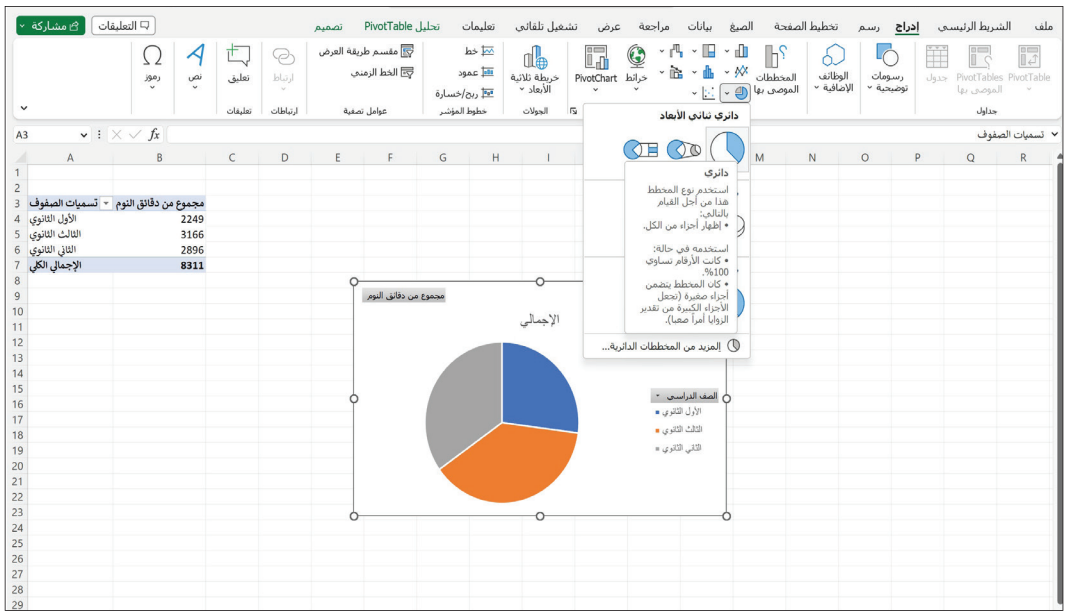
C: أنشئ قطاعات دائرية تمثل دقائق النوم لطالبات المرحلة الثانوية حسب الصف الدراسي.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء القطاعات الدائرية:

1. **انتقل الى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.**
2. **باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود "الصف" وعمود "دقائق النوم".**

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

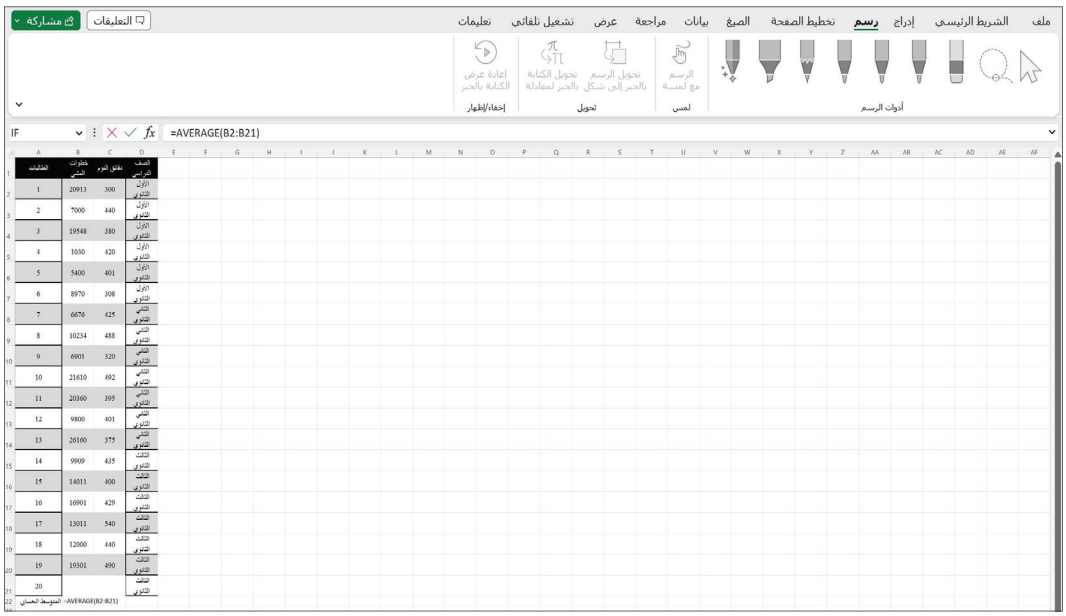
3. اضغط إدراج.
4. اختر القطاعات الدائرية من "المخططات".
5. اختر القطاع الدائري المناسب.



D: أوجد مقاييس النزعة المركزية لكل من متغير خطوات المشي ودقائق النوم لدى الطالبات المشاركات في الدراسة.

اتبع الخطوات الآتية لحساب مقاييس النزعة المركزية:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب المتوسط الحسابي، ضع =
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالمتوسط الحسابي AVERAGE.
4. داخل الأقواس حدد جميع خلايا العمود المراد حساب المتوسط الحسابي له، في هذه الحالة خطوات المشي.
5. كرر العملية نفسها للوسيط MEDIAN والمنوال MODE.SNGL.
6. كرر العملية نفسها للعمود الآخر، دقائق النوم.



	خطوات المشي	دقائق النوم
المتوسط الحسابي	13389.25	415.55
الوسيط	12505.5	422.5
المنوال	لا يوجد	440

بالنسبة لخطوات المشي، يختلف المتوسط الحسابي قليلًا عن الوسيط، حيث بلغ متوسط الخطوات التي تمشيها الطالبات أكثر من 10000 خطوة.

وبالنظر إلى دقائق النوم، يلاحظ أن المتوسط الحسابي والوسيط لهما قيم متقاربة، بخلاف المنوال الذي له قيمة أكبر منهما.

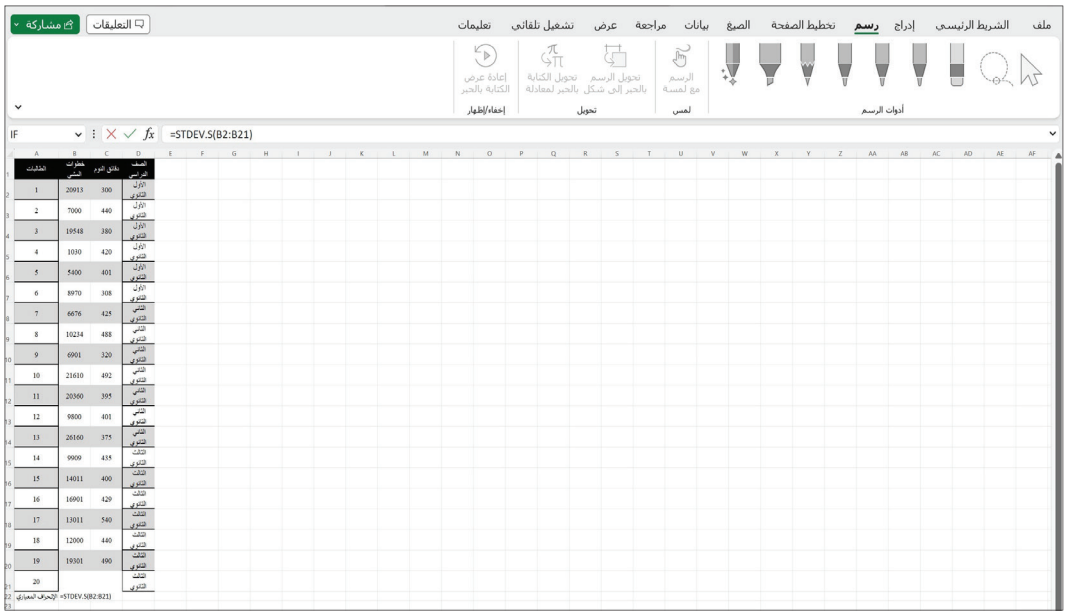
E: أوجد الانحراف المعياري لمتغيري خطوات المشي ودقائق النوم لطالبات المرحلة الثانوية.

اتبع الخطوات الآتية لحساب الانحراف المعياري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب الانحراف المعياري، ضع =
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالانحراف المعياري STDEV.S
4. داخل الأقواس حدد جميع خلايا العمود المراد حساب الانحراف المعياري له، في هذه الحالة خطوات المشي.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

5. كرر العملية نفسها للعمود الآخر دقائق النوم.



	خطوات المشي	دقائق النوم
الانحراف المعياري	6666.14	61.69

تظهر البيانات أن الانحراف المعياري لخطوات مشي طالبات المرحلة الثانوية ≈ 6666,14، وهذا يعني أن هناك اختلافًا بيّنًا بين الطالبات في تمارين المشـي بمعدل 6666 خطوة (6666,14 تعبر عن مدى تشـتت البيانات)، أما مدة النوم (دقائق النوم) فيظهر اختلافها بين الطالبات بمعدل ساعة يوميا (61,69 دقيقة).

تمارين:

1: يعرض الجدول أدناه مستويات ضغط الدم الانقباضي (mmHg) لدى 16 رياضيًّا قبل التمرين وبعده.

المرضى	ضغط الدم قبل التمارين	ضغط الدم بعد التمارين
1	116	126
2	126	132
3	128	146
4	132	144

5	134	148
6	136	134
7	138	144
8	138	146
9	140	136
10	142	152
11	144	150
12	148	152
13	150	162
14	154	156
15	162	162
16	170	174

a. أنشئ مدرجًا تكراريًّا يعرض بيانات ضغط الدم لدى الرياضيين قبل التمارين وبعدها.

b. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط ، المنوال لبيانات ضغط الدم بعد التمارين.

c. احسب الانحراف المعياري لضغط الدم قبل إجراء التمارين، وكذلك بعدها.

d. بناءً على النتائج السابقة هل تؤثر التمارين الرياضية في ضغط الدم؟ فسر إجابتك.

2: تمثل البيانات أدناه مقدار الإزاحة وفق مبدأ أرخميدس لعدد من الكتل المتنوعة؛ خلال ثلاث تجارب مختلفة:

التجربة الأولى: 5, 8, 7, 12, 8

التجربة الثانية: 4, 7, 10, 12, 4

التجربة الثالثة: 1, 8, 12, 2, 7

احسب ما يأتي:

a. المتوسط الحسابي لمقدار الإزاحة الكلي لجميع الكتل.

b. الوسيط لمقدار الإزاحة في كل من التجربتين الثانية والثالثة.

c. الانحراف المعياري لمقدار الإزاحة لكل تجربة على حدة، ثم وضح في أي التجارب الثلاث كانت نتائج مقدار الإزاحة أكثر تشتتًا؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

3: لمعرفة ما إذا كان تناول حبوب الأسبرين يقلل من مستوى تصلب الشرايين؛ أجريت دراسة على عدد من المرضى، حيث تناول 10 منهم حبوب الأسبرين، بينما تلقى 11 مريضًا علاجًا وهميًّا، لمدة 12 أسبوعًا. وقد تم قياس مستوى تصلب الشرايين لكل مريض في بداية الدراسة، ومرة أخرى في نهايتها. ويعرض الجدول أدناه بيانات المرضى المشاركين في الدراسة، حيث تشير القيمة السالبة إلى عدم تغير مستويات التصلب في الشرايين، فيما تشير القيمة الموجبة إلى تقليل مستويات التصلب في الشرايين.

المرضى	العلاج المعطى	الزيادة أو النقصان
1	الأسبرين	7
2	الأسبرين	-4
3	الأسبرين	18
4	الأسبرين	17
5	الأسبرين	-3
6	الأسبرين	-5
7	الأسبرين	1
8	الأسبرين	10
9	الأسبرين	11
10	الأسبرين	-2
11	علاج وهمي	-1
12	علاج وهمي	12
13	علاج وهمي	-1
14	علاج وهمي	-3
15	علاج وهمي	3
16	علاج وهمي	-5
17	علاج وهمي	5
18	علاج وهمي	2
19	علاج وهمي	-11

المرضى	العلاج المعطى	الزيادة أو النقصان
20	علاج وهمي	-1
21	علاج وهمي	-3

a. أنشئ المدرج التكراري للبيانات.

b. في رأيك؛ لماذا تجرى تجارب يتم فيها إعطاء أدوية وهمية للمرضى؟

4: قام باحثون في مركز صحي بقياس الطول والوزن لعشرة من الأطفال حديثي الولادة.

الأطفال	الوزن (kg)	الطول (cm)
1	3.54	45.72
2	4.14	53.34
3	3.72	43.18
4	2.9	40.64
5	4	48.26
6	4.09	38.1
7	3.68	33.02
8	3.59	40.64
9	3.86	35.56
10	3.91	45.72

a. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال للطول والوزن.

b. احسب الانحراف المعياري لأوزان الأطفال حديثي الولادة.

c. إلام يشير الانحراف المعياري لأوزان الأطفال؟ فسِّر إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

5: يشـير الجدول أدناه إلى أسـماء عدد من الدول التي تعرضت لزلازل قوية في الخمسين عامًا الأخيرة، مع درجة كل زلزال منها على مقياس ريختر.

تركيا	أفغانستان	هاييتي	تركيا	ألبانيا	إندونيسيا	العراق	الإكوادور
7.8	6	7.2	7	6.4	7.5	7.3	7.8
نيبال	الصين	باكستان	إيران	اليابان	هايتي	إندونيسيا	الصين
7.8	6.2	7.7	6.4	9.1	7	7.6	8
إندونيسيا	باكستان	إندونيسيا	إيران	أفغانستان	إندونيسيا	تركيا	إيران
6.4	7.6	9.1	6.6	7.4	7.9	7.6	7.3
أفغانستان	الصين	اليابان	إندونيسيا	إيران	الإكوادور	المكسيك	تركيا
6.6	6.6	6.9	7.8	7.4	7.1	8	6.6

a. أوجد المنوال للدول التي تعرضت للزلازل.

b. عين مقياس النزعة المركزية الأنسب لحساب متوسط درجات تلك الزلازل، وبرر سبب اختيارك.

c. استخدم برنامجًا تقنيًّا لإنشاء قطاعات دائرية للدول التي تعرضت للزلازل، ومدرجًا تكراريًّا لدرجاتها.

d. ابحث في مصادر البيانات حول أهم الإرشادات التي يجب الالتزام بها عند التعرض للزلازل، ثم اعرضها على زملائك في الصف.

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

- أطبــق المفاهيــم والمهارات الإحصائية في ســياقات عملية مرتبطة بإدارة الأعمال، باســتخدام البرامج التقنية المناسبة.
- أُجــري تحليلًا إحصائيًا وصفيًــا للبيانات المرتبطة بإدارة الأعمال، باســتخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فرديًا وضمن فريق.

تطبيق (1):

يريد محمد شراء عدد من الأسهم في صناديق استثمارية تابعة لعدد من الشركات العقارية. ويعرض الجدول أدناه الصناديق التابعة لكل شركة، مع عرض للحد الأدنى للاشتراك.

الصناديق الاستثمارية	الشركة العقارية	الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)
1	شركة 1	400
2	شركة 1	1010
3	شركة 1	1600
4	شركة 2	300
5	شركة 1	1000
6	شركة 2	1500
7	شركة 1	410
8	شركة 3	1300
9	شركة 2	2000
10	شركة 3	1200

A: باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) أنشئ جدولًا تكراريًا لعدد الصناديق الاستثمارية لكل شركة.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الجدول التكراري:

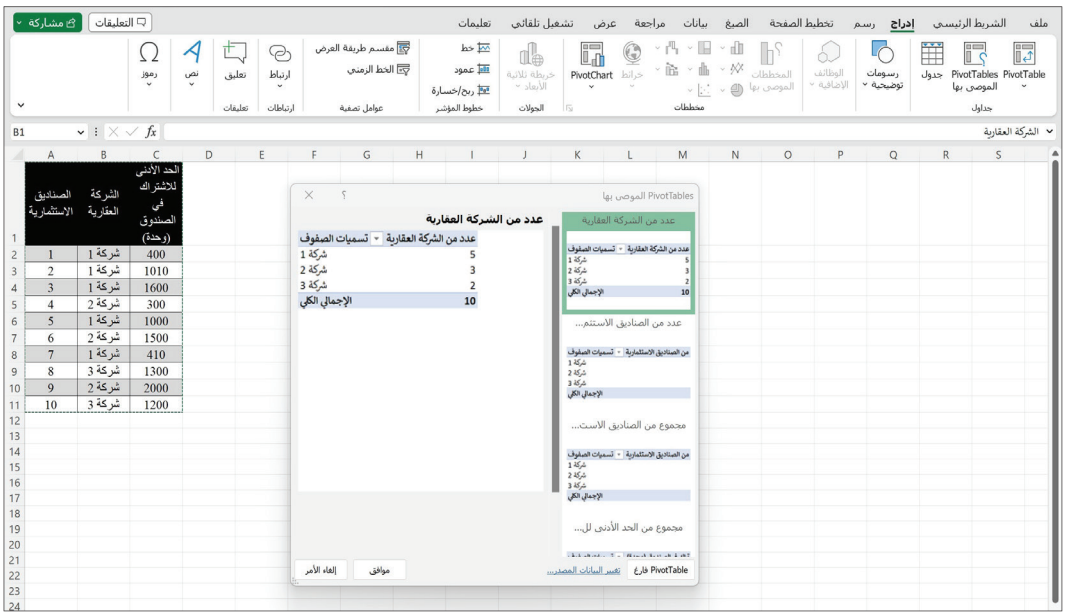
1. أدخل بيانات الجدول في الأعمدة الثلاثة الأولى.
2. اضغط إدراج.
3. اختر جدول.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

4. من جداول اختر PivotTable الموصى بها.

5. حدد الخلايا من B1 إلى B11.

6. ستظهر نافذة جديدة فيها الجدول التكراري.



الصناديق الاستثمارية	الشركة العقارية	الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)
1	شركة 1	400
2	شركة 1	1010
3	شركة 1	1600
4	شركة 2	300
5	شركة 1	1000
6	شركة 2	1500
7	شركة 1	410
8	شركة 3	1300
9	شركة 2	2000
10	شركة 3	1200

الشركات	التكرار
شركة 1	5
شركة 2	3
شركة 3	2

B: أوجد التكرار النسبي للشركات.

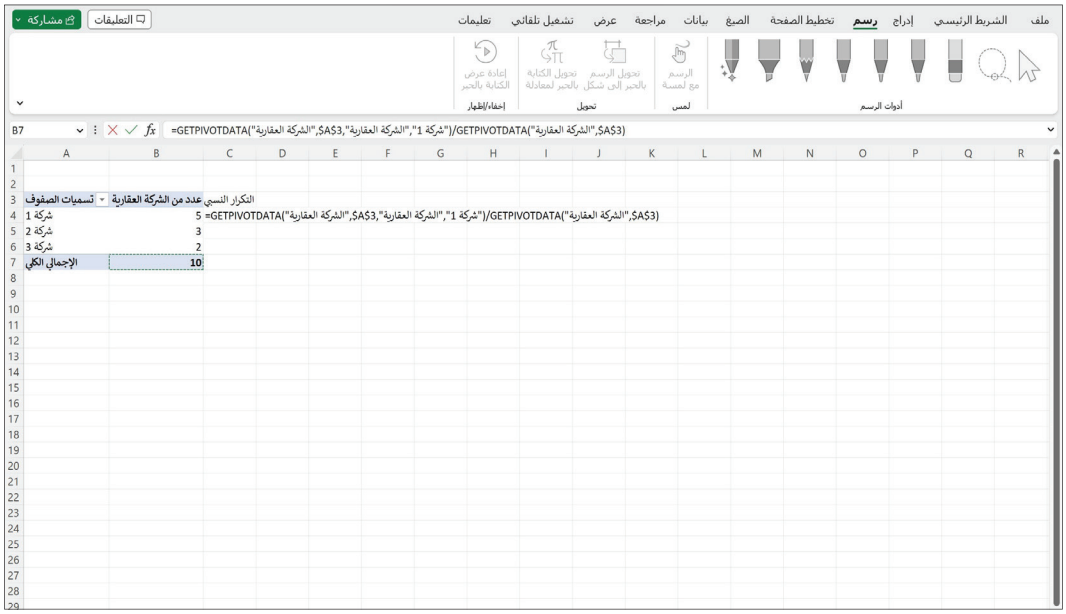
اتبع الخطوات الآتية لإيجاد التكرار النسبي:

1. انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.
2. حدد الخلية المراد حساب التكرار النسبي لها.
3. ابدأ بحساب التكرار النسبي، ضع =
4. حدد الخلية الأولى من عمود " عدد من الصناديق الاستثمارية".
5. اكتب علامة القسمة من لوحة التحكم.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

6. اختر المجموع من عمود "عدد من الصناديق الاستثمارية".

7. كرر العملية للخلية التالية من عمود "عدد من الصناديق الاستثمارية".



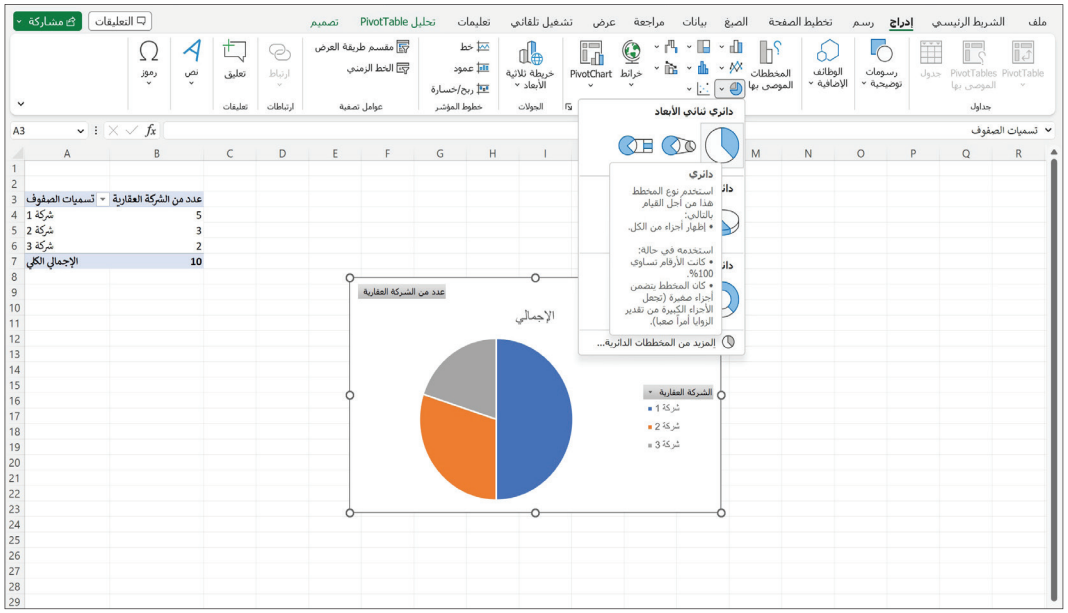
الشركات	التكرار	التكرار النسبي
شركة 1	5	0.5
شركة 2	3	0.3
شركة 3	2	0.2

C: مثل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية والأعمدة البيانية.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء القطاعات الدائرية:

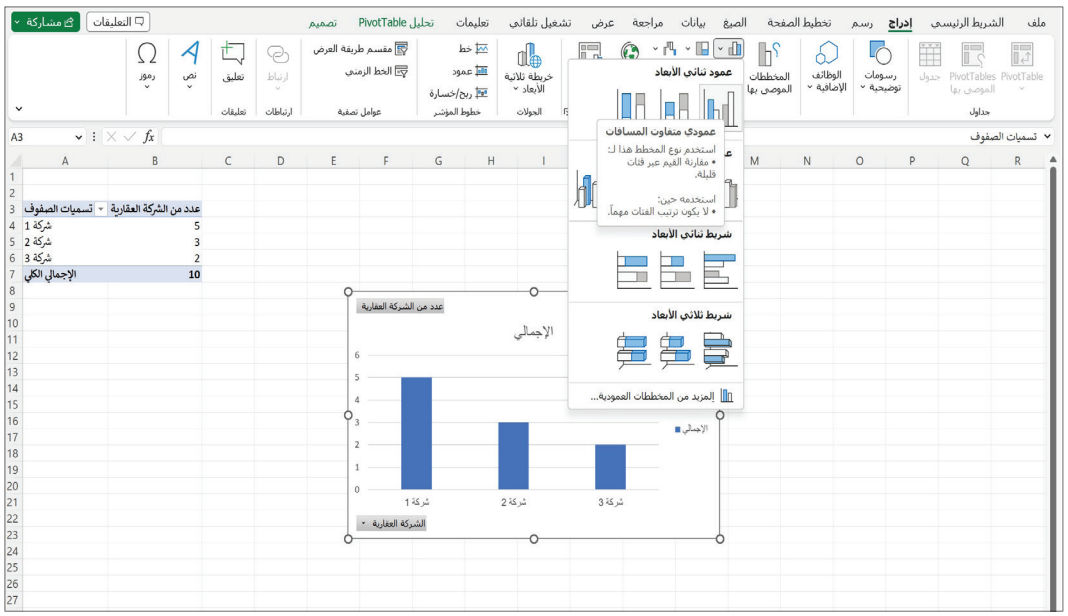
1. انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.
2. باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود "الشركات" وعمود "التكرار".
3. اضغط إدراج.
4. اختر القطاعات الدائرية من "المخططات".
5. اختر القطاع الدائري المناسب.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



ويمكن تمثيل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية باتباع الخطوات الآتية:

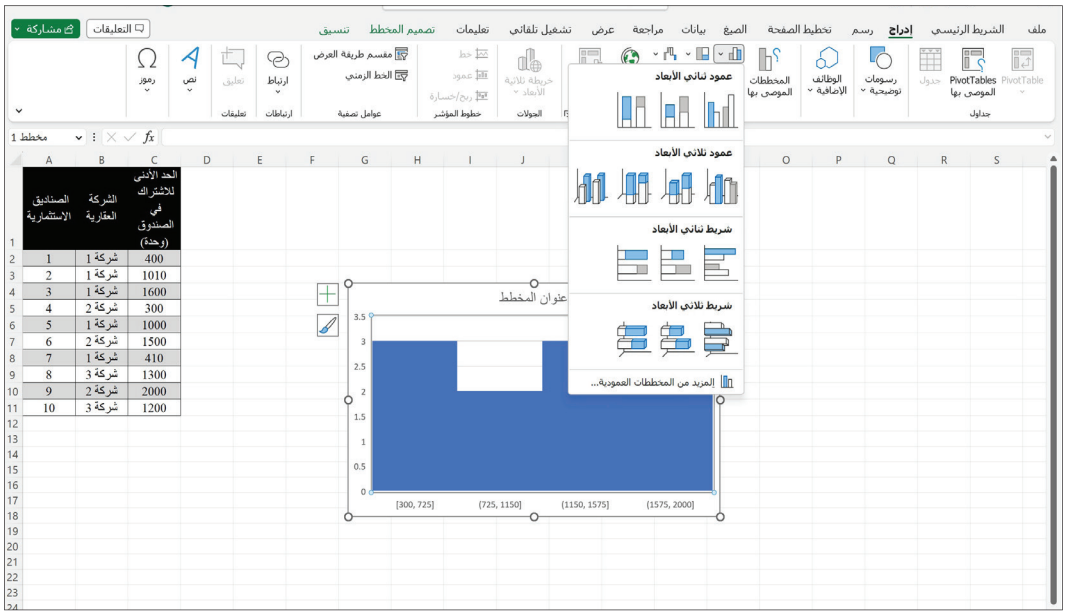
1. انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.
2. باستخدام الجدول التكراري السَّابق حدد "الشركات" وعمود "التكرار".
3. اضغط إدراج.
4. اختر الأعمدة البيانية من "المخططات".
5. اختر الأعمدة البيانية المناسبة.



D: أنشئ مدرجًا تكراريًّا لدراسة الحد الأدنى للاشتراك في الصناديق الاستثمارية.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء المدرج التكراري:

1. **انتقل إلى البيانات في البرنامج.**
2. **حدد جميع خلايا عمود "الحد الأدنى للاشتراك".**
3. **اضغط إدراج.**
4. **اختر المدرج التكراري من "المخططات".**
5. **اختر المدرج التكراري المناسب.**



الصناديق الاستثمارية	الشركة العقارية	الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)
1	شركة 1	400
2	شركة 1	1010
3	شركة 1	1600
4	شركة 2	300
5	شركة 1	1000
6	شركة 2	1500
7	شركة 1	410
8	شركة 3	1300
9	شركة 2	2000
10	شركة 3	1200

E: أوجد مقاييس النزعة المركزية للحد الأدنى لأسعار الاشتراك في الصناديق الاستثمارية، ثم صف كيف يختلف المتوسط الحسابي عن باقي مقاييس النزعة المركزية الأخرى.

اتبع الخطوات الآتية لحساب مقاييس النزعة المركزية::

1. **انتقل إلى البيانات في البرنامج.**
2. **في خلية فارغة ابدأ بحساب المتوسط الحسابي، ضع =.**
3. **ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالمتوسط الحسابي AVERAGE.**

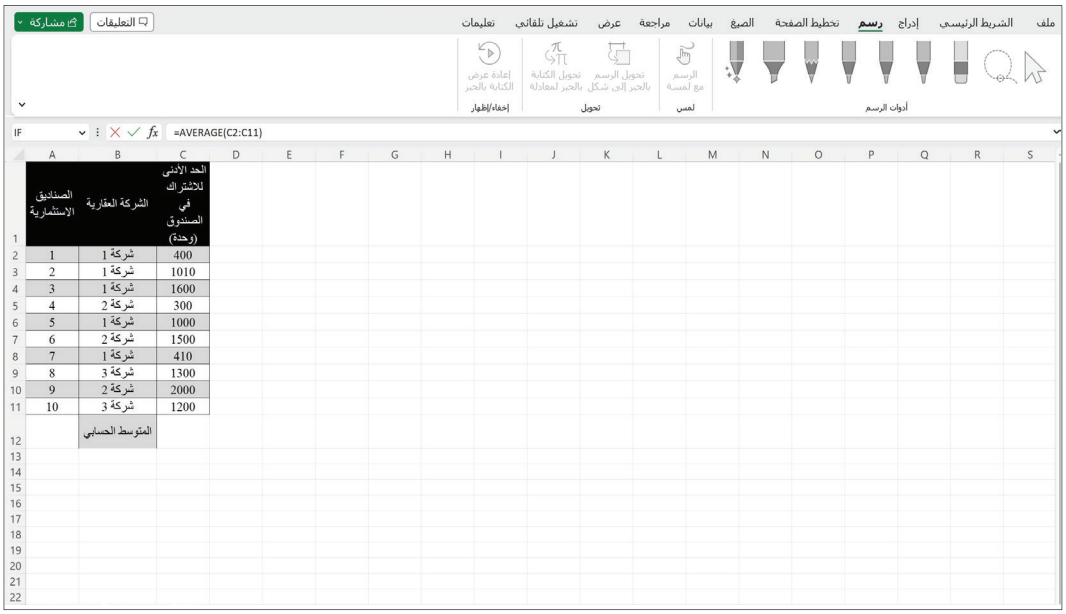
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

4. داخل الأقواس حدد جميع خلايا العمود المراد إيجاد مقاييس النزعة المركزية له، في هذه الحالة "الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق".

5. كرر العملية نفسها للوسيط MEDIAN والمنوال MODE.SNGL.

لاحظ:

في الإصدارات السابقة من Excel، دالة المنوال هي MODE.



الصناديق الاستثمارية	الشركة العقارية	الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)
1	شركة 1	400
2	شركة 1	1010
3	شركة 1	1600
4	شركة 2	300
5	شركة 1	1000
6	شركة 2	1500
7	شركة 1	410
8	شركة 3	1300
9	شركة 2	2000
10	شركة 3	1200
	المتوسط الحسابي	

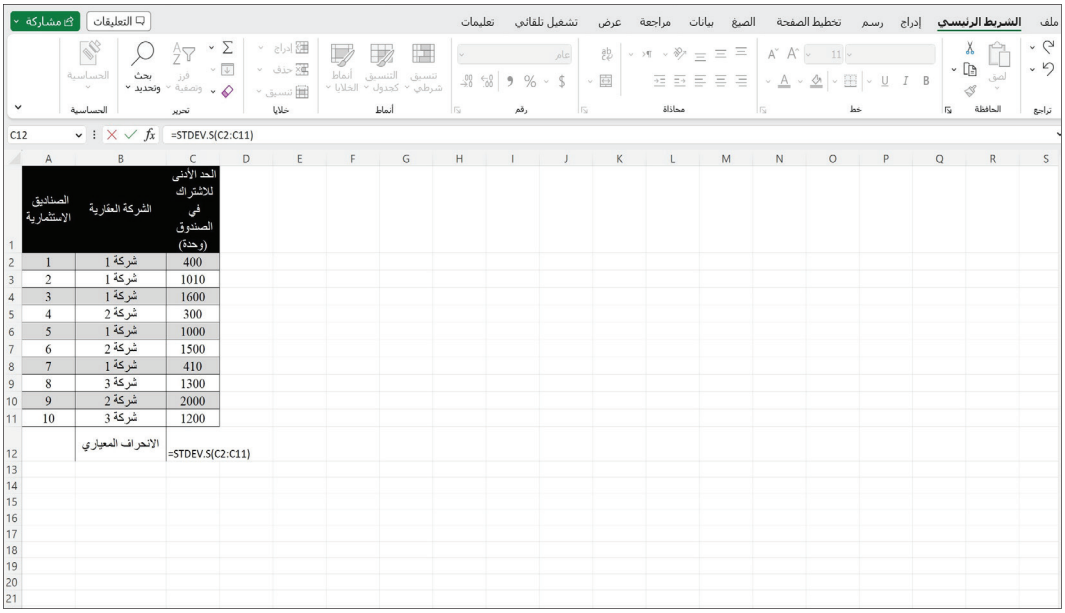
	القيمة
المتوسط الحسابي	1072
الوسيط	1105
المنوال	لا يوجد

بالنظر للحد الأدنى للاشتراك نلاحظ أن القيم لكل من المتوسط الحسابي والوسيط ليست متقاربة، ولا يوجد له منوال. وعلى الرغم من أن مقاييس النزعة المركزية لا تستهدف تشتت البيانات إلا أنه يمكن ملاحظة أن الفرق الكبير بين المتوسط الحسابي والوسيط يشير إما إلى تشتت البيانات سواء كان ذلك نتيجة وجود قيم متطرفة، أو فجوات في منتصف البيانات.

F: أوجد الانحراف المعياري للحد الأدنى للاشتراك في الصناديق الاستثمارية، وفسّر معناه.

اتبع الخطوات الآتية لحساب لإيجاد الانحراف المعياري:

1. **انتقل إلى البيانات في البرنامج.**
2. **في خلية فارغة ابدأ بحساب الانحراف المعياري، ضع =.**
3. **ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالانحراف المعياري STDEV.S.**
4. **داخل الأقواس، حدد جميع خلايا العمود المراد إيجاد الانحراف المعياري له، في هذه الحالة "الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق".**



الصناديق الاستثمارية	الشركة العقارية	الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)
1	شركة 1	400
2	شركة 1	1010
3	شركة 1	1600
4	شركة 2	300
5	شركة 1	1000
6	شركة 2	1500
7	شركة 1	410
8	شركة 3	1300
9	شركة 2	2000
10	شركة 3	1200
	الانحراف المعياري	=STDEV.S(C2:C11)

	القيمة الأدنى للاشتراك في الصناديق الاستثمارية
الانحراف المعياري	566.3

قيمة الانحراف المعياري للحد الأدنى للاشتراك في الصناديق الاستثمارية هو 566.3، وهذا يعني أن الحد الأدنى يختلف في المتوسط بمقدار 566.3 ريال (566.3 تعبر عن مدى تشتت البيانات).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيق (2):

يريد مسؤول جمعية حماية المستهلك معرفة أفضل مراكز التسوق للسلع الأساسية الرمضانية بأسعار تنافسية، ومدى توفر خدمات التسوق الإلكتروني في تلك المراكز. ويعرض الجدول أدناه بيانات أسعار 5 سلع أساسية، مع تحديد مدى توفر خدمة التسوق الإلكتروني، في خمسة مراكز تسوق.

مراكز التسوق	السلع الأساسية					التسوق الإلكتروني
	البيض	الحليب	التمر	الدقيق	الأرز	
مركز 1	12	5	19	20	12	لا
مركز 2	22	7	25	19	14	لا
مركز 3	19	4	15	25	15	لا
مركز 4	15	5	12	9	17	لا
مركز 5	19	8	20	13	20	نعم

A: أوجد الجدول التكراري للمراكز التي توفر التسوق الإلكتروني، وكذلك التكرار النسبي.

باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، اتبع الخطوات الاتية:

1. أدخل بيانات الجدول في الأعمدة السبعة الأولى.
2. اضغط إدراج.
3. اختر جدول.
4. من جداول اختر PivotTable الموصى بها.
5. حدد الخلايا من A1 إلى A6 و G1 إلى G6.
6. ستظهر نافذة جديدة فيها الجدول التكراري.

ثم اتبع الخطوات الآتية لإيجاد التكرار النسبي:

1. انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.
2. حدد الخلية المراد حساب التكرار النسبي لها.
3. ابدأ بحساب التكرار النسبي، ضع =.

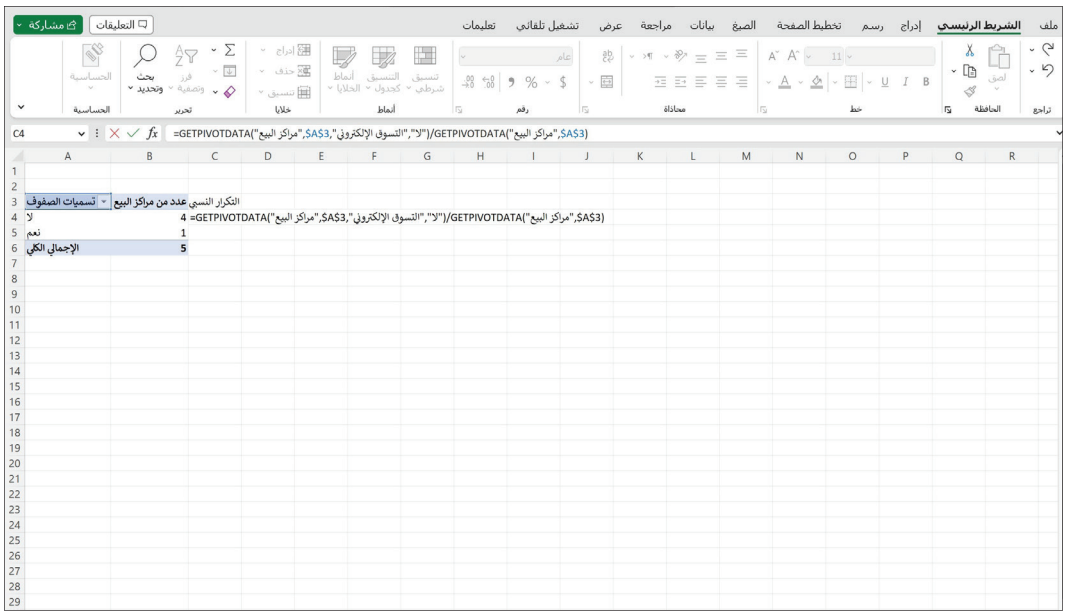
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

4. حدد الخلية الأولى من عمود "عدد من مراكز التسوق".

5. اكتب علامة القسمة من لوحة التحكم.

6. اختر المجموع من عمود " عدد من مراكز التسوق ".

7. كرر العملية للخلية التالية من عمود " عدد من مراكز التسوق ".



التسوق الإلكتروني	التكرار	التكرار النسبي
نعم	1	0.2
لا	4	0.8

B: مثل البيانات المتعلقة بالتسوق الإلكتروني باستخدام القطاعات الدائرية.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء القطاعات الدائرية:

1. انتقل إلى ورقة الجدول التكراري في البرنامج.

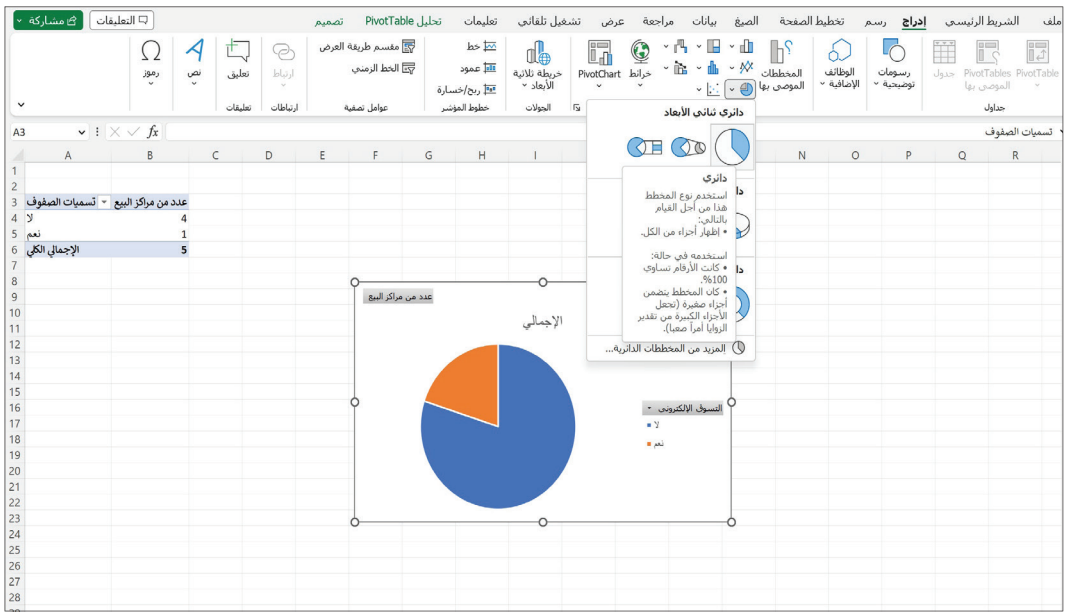
2. باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود " عدد من مراكز التسوق" وعمود " تسميات الصفوف".

3. اضغط إدراج.

4. اختر القطاعات الدائرية من "المخططات".

5. اختر القطاع الدائري المناسب.

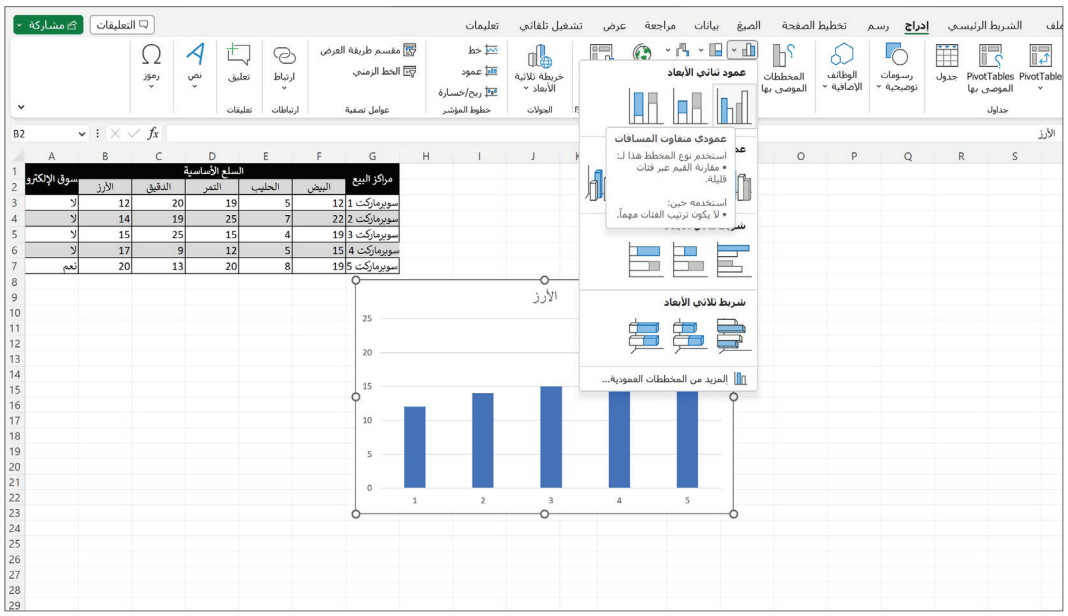
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



C: أنشئ أعمدة بيانية للمقارنة بين أسعار الأرز حسب مراكز التسوق.

يمكن تمثيل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية باتباع الخطوات الآتية:

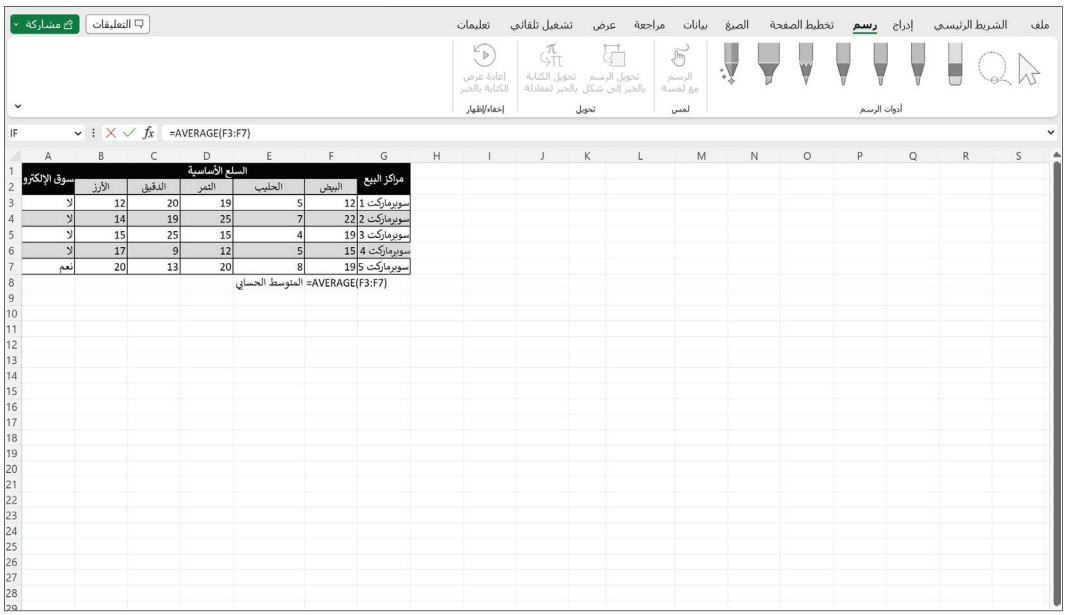
1. **حدد عمود الأرز.**
2. **اضغط إدراج.**
3. **اختر الأعمدة البيانية من "المخططات".**
4. **اختر الأعمدة البيانية المناسبة.**



D: أوجد مقاييس النزعة المركزية لكل سلعة، ثم صف كيف يختلف المتوسط الحسابي عن باقي المقاييس الأخرى؟

اتبع الخطوات الآتية لحساب مقاييس النزعة المركزية:

1. **انتقل إلى البيانات في البرنامج.**
2. **في خلية فارغة ابدأ بحساب المتوسط الحسابي، ضع =.**
3. **ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالمتوسط الحسابي AVERAGE.**
4. **داخل الأقواس، حدد جميع خلايا العمود المراد حساب مقاييس النزعة المركزية له، في هذه الحالة اختر من السلع الأساسية "الأرز"، "الدقيق"، "التمر"، "الحليب"، "البيض".**
5. **كرر العملية نفسها للوسيط MEDIAN والمنوال MODE.SNGL.**



	الأرز	الدقيق	التمر	الحليب	البيض
المتوسط الحسابي	15.6	17.2	18.2	5.8	17.4
الوسيط	15	19	19	5	19
المنوال	لا يوجد	لا يوجد	لا يوجد	5	19

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

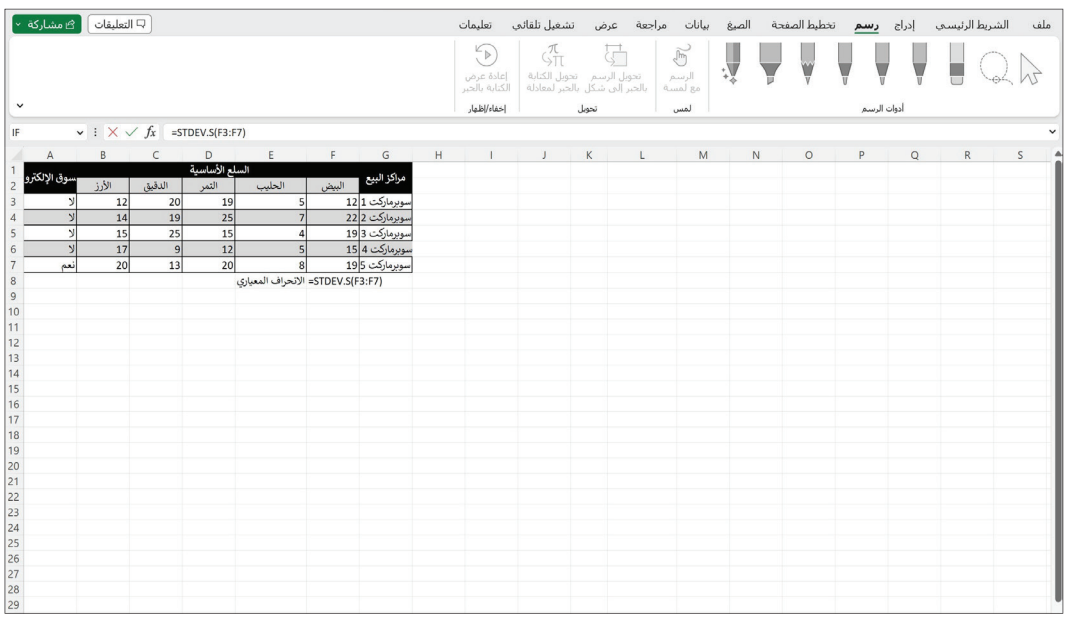
جميع السلع الأساسية لها قيم متقاربة بالنسبة لكل من المتوسط الحسابي والوسيط، أما المنوال فهو غير موجود في ثلاث سلع هي: الأرز والدقيق والتمر.

نلاحظ أن التقارب بين قيم المتوسط والوسيط يعطي مؤشرًا إيجابيًّا بوجود ثبات تقريبي للأسعار، وأن عدم وجود المنوال في هذه الحالة لم يؤثر على النتائج.

E: أوجد الانحراف المعياري لجميع السلع الأساسية في الجدول.

اتبع الخطوات الآتية لحساب الانحراف المعياري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب الانحراف المعياري، ضع =.
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالانحراف المعياري STDEV.S.
4. داخل الأقواس، حدد جميع خلايا العمود المراد إيجاد الانحراف المعياري له، في هذه الحالة اختر من السلع الأساسية "الأرز"، "الدقيق"، "التمر"، "الحليب"، "البيض".



	الأرز	الدقيق	التمر	الحليب	البيض
الانحراف المعياري	3.1	6.3	4.97	1.6	3.9

قيمة الانحراف المعياري لأسعار الأرز هي 3.1 أي أن الأسعار تختلف في المتوسط بمقدار 3.1 ريال؛ حيث تعبر هذه القيمة عن مدى تشتت البيانات، يلاحظ كذلك أن أعلى تفاوت في أسعار المنتجات موجود في الدقيق، إذ تختلف أسعار الدقيق بمقدار 6.3 ريال في المتوسط.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تمارين:

1: في الجدول أدناه عرض موجز عن السيارات المعروضة للبيع في أربعة معارض: مدة استعمالها، والمسافة المقطوعة، وأسعارها.

المعرض	مدة الاستعمال بالسنوات	السعر بآلاف الريالات	المسافة المقطوعة بآلاف الكيلومترات
معرض A	7	12	77
معرض B	4	17.9	50
معرض C	4	15.7	89
معرض A	7	12.5	45
معرض C	9	9.5	60
معرض D	1	21.5	7
معرض A	18	3.5	99
معرض D	2	22.8	21
معرض D	2	26.8	3
معرض D	5	13.6	50
معرض A	2	19.4	48

a. مثل أسعار السيارات باستخدام المدرج التكراري.

b. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال لأسعار السيارات، وكذلك المتوسط الحسابي للمسافة المقطوعة.

c. احسب الانحراف المعياري لأسعار السيارات، وللمسافات المقطوعة.

d. بناء على النتائج السابقة، هل هناك فرق كبير بين أسعار السيارات؟

e. اشرح كيف تؤثر المسافة المقطوعة ومدة استعمال السيارة على سعرها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

2: تمثل البيانات الآتية الأجور الشهرية بالريال لعينة مكونة من 30 عاملًا بأحد مصانع المياه، يريد صاحب المصنع تلخيص البيانات.

a. أنشئ جدول توزيع تكراري يتكون من 5 فئات.

b. أوجد مقاييس النزعة المركزية للبيانات.

c. أوجد الانحراف المعياري لأجور العاملين في المصنع. ثم صف علاقة الناتج بالمتوسط الحسابي.

18000	11500	2000	3000	16000	15000	21000	10000
15300	16500	11000	3000	3200	13000	10000	17000
3800	18000	3300	21000	19000	3600	3800	12000
3100	2200	17000	27000	3000	2300		

3: يمثل الجدول المجاور التوزيع التكراري لعينة من الأسر مقسمة حسب فئات الدخل.

a. أنشئ المدرج التكراري للبيانات.

b. أي فئة لها دخل أقل؟ وأي فئة هي الأعلى دخلًا؟

فئات الدخل	عدد الأسر
62-65	3
66-69	8
70-73	20
74-77	14
78-81	10

4: تعرض شركة عقارية الوحدات السكنية في مزاد علني، حيث يمثل الجدول الآتي الوحدات المتوفرة في كل مدينة والسعر المتوقع:

المدينة	المساحة	السعر
جدة	300	2200000
الرياض	1200	3000000
مكة المكرمة	300	1300000
الدمام	450	1100000
الرياض	900	1950000
مكة المكرمة	800	2500000
مكة المكرمة	200	160000
الدمام	200	500000

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

السعر	المساحة	المدينة
1550000	500	جدة
900000	250	جدة
2100000	1000	الرياض
1650000	800	الدمام
1800000	600	الرياض
2000000	400	مكة المكرمة
1250000	600	تبوك

a. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال لأسعار الوحدات السكنية.

b. احسب الانحراف المعياري لأسعار الوحدات السكنية.

c. إلام يشير الانحراف المعياري لأسعار الوحدات السكنية؟ فسِّر إجابتك.

5: تمثل البيانات أدناه المؤهلات العلمية لعينة مكونة من 20 موظفًا في إحدى الشركات الكبرى.

بكالوريوس	بكالوريوس	ماجستير	دبلوم	دبلوم عالي
ماجستير	دكتوارة	ماجستير	دكتوارة	بكالوريوس
دكتوراة	بكالوريوس	بكالوريوس	دكتوارة	ثانوي
دبلوم	بكالوريوس	بكالوريوس	دكتوارة	ثانوي

المطلوب:

a. أنشئ قطاعات دائرية لعرض المؤهلات العلمية للموظفين.

b. أنشئ أعمدة بيانية لعرض مؤهلات الموظفين.

c. ما نسبة الموظفين الذين يحملون درجة الدكتوراة؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



مشروع (1):

أنت الآن باحث متخصص في مجالك؛ اختر بحثًا علميًّا من مجلة علمية محكمة في مسارك التخصصي، ثم قم بالآتي:

a. اذكر التمثيلات البيانية المستخدمة في البحث، وبرر أسباب اختيار الباحث لها.

b. اعرض النتائج التي توصل لها الباحث من خلال التمثيلات، هل تتفق معها؟ لماذا؟

c. في رأيك؛ هل هناك نتائج أغفلها الباحث كان بالإمكان استنتاجها من خلال تلك التمثيلات؟ ما هذه النتائج؟ ولماذا تعتقد أنها أغفلت؟

مشروع (2):

الهيئة العامة للإحصاء جهةٌ حكوميةٌ تتمتَّعُ بشخصية اعتبارية مُستقلة، وشُكّل مجلسُ إدارتها بقرار مجلس الوزراء برئاسة معالي وزير الاقتصاد والتخطيط، وعضوية عدد من الوزراء، والمديرين والرؤساء لعدد من الهيئات والمصالح المختلفة.

وتُعدُّ الهيئة العامة للإحصاء المرجع الإحصائي الرسمي الوحيد للبيانات والمعلومات الإحصائية في المملكة العربية السعودية.

وتُشرف الهيئة على تنفيذ الاستراتيجية الوطنية للعمل الإحصائي بالتنسيق مع الجهات ذات العلاقة.

ارجع للموقع الرسمي للهيئة العامة للإحصاء على رمز الاستجابة المجاور.

الهيئة العامة للإحصاء

واختر دراسة أو مسحًا إحصائيًّا مرتبطًا بمسارك التخصصي، ثم نفذ ما يأتي:

a. اعرض التمثيلات البيانية التي ظهرت في المسح، وبرر سبب اختيارها.

b. في أغلب المسوح ستجد أن هناك عددًا مختلفًا من التمثيلات البيانية، اعرض بعضها، ثم اذكر سبب تعدد اختيار تلك التمثيلات في المسح.

c. بالاستفادة من المراجع الإحصائية قدم لزملائك عرضًا موجزًا لتمثيل بياني ظهر في المسح ولم تدرسه في هذا الفصل، ثم اذكر مزاياه وعيوبه.

d. بالعودة لموقع الهيئة العامة للإحصاء ناقش أهمية أن يكون للمملكة العربية السعودية هيئة عامة مختصة بالإحصاء.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الفصل الثالث

الارتباط والانحدار الخطي

Correlation and Linear Regression



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

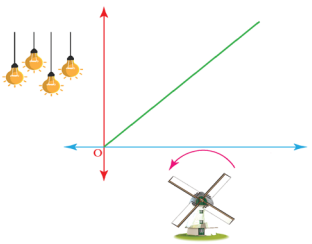
الارتباط
Correlation

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف الارتباط في البيانات الكمية والنوعية، وأميّز المتغيرات المستقلة والتابعة.
- أحسب معامل الارتباط بين متغيرين، وأستخدمه في تحديد نوع الارتباط وقوته، وأفسره لاتخاذ القرارات المناسبة.

◂ **كيف** يمكن وصف العلاقة بين متغيرين؟



يريد باحث معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين كمية الكهرباء المولدة (Y) عن مروحة هوائية وسرعة الرياح (X)، بمعنى هل التغير في سرعة الرياح يؤثر في كمية توليد الكهرباء؟

لتوليد الكهرباء باستخدام مروحة هوائية؛ إذا زادت سرعة الرياح، سيزداد ناتج التوليد وفقًا لذلك. وبالتالي، فإن السرعة المتغيرة X وكمية الكهرباء Y بينهما علاقة.

◂ **ما** مفهوم الارتباط بين متغيرين؟

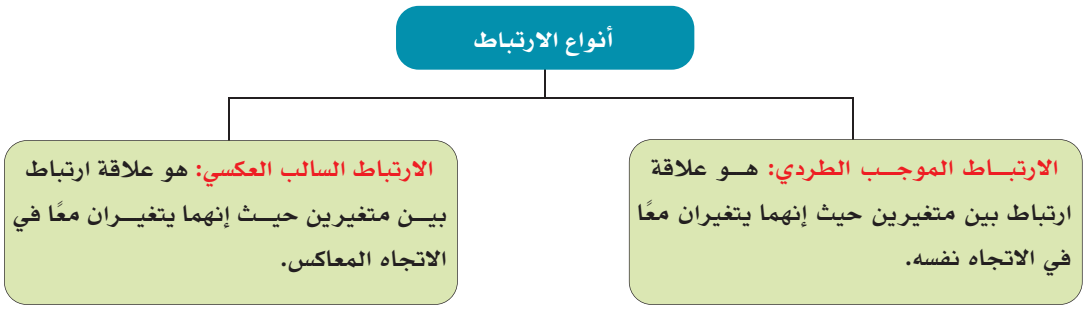
الارتباط (Correlation)

وصف علاقة بين متغيرين من حيث قوتها، كل من المتغيرين يأخذ قيمًا ويمثلان مجموعة من البيانات عند عرضهما معًا بواسطة زوج من المتغيرات العشوائية (X,Y)، حيث X هو المتغير المستقل (independent variable) وY متغير تابع لـ X (dependent variable)، يقوم الباحث بتحديد قيم المتغير المستقل X الذي تعتمد قيم المتغير التابع Y عليه.

فإذا كان تغير أحد المتغيرين يعتمد كليًا على تغير الآخر نقول إن الارتباط بينهما تام، مثل: العلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها. أما إذا كان تغير أحدهما لا يعتمد على تغير الآخر فنقول إن الارتباط بينهما غير تام، مثل: العلاقة بين وزن الفرد وطوله، أو بين التحصيل وعدد ساعات الدراسة، أو بين الدخل والمصروفات.

أنواع الارتباط:

للارتباط نوعان: ارتباط موجب (طردي)، وارتباط سالب (عكسي).



أنواع الارتباط

عند النظر في الارتباط بين متغيرين يؤخذ بعين الاعتبار نوع البيانات التي يمثلانها؛ فالارتباط في البيانات الكمية يختلف عنه في البيانات النوعية.

الارتباط في البيانات الكمية

يمكن التعبير عن الارتباط في البيانات الكمية ووصفه بيانيًّا من خلال رسم شكل الانتشار، أو جبريًّا بحساب معامل الارتباط.

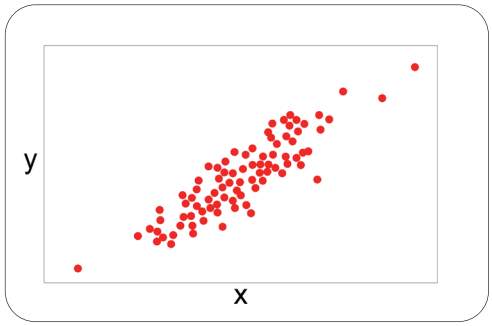
شكل الانتشار (Scatter Plot):

وسـيلة أولية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباطات بين المتغيرات الكمية (طردي، عكسـي)، ومسـتوى قوتها (قوي، ضعيف، لا يوجد ارتباط).

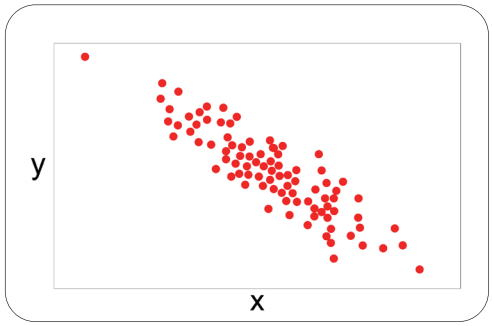
يحدد شـكل الانتشـار طبيعة العلاقة بيـن المتغيرين X, Y ، حيـث يمثل أحد المتغيرين X علـى المحور الأفقي، والمتغير الآخر Y على المحور الرأسي، وتكون لكل قيمة للمتغير X قيمة مناظرة للمتغير Y في الرسم البياني، ويتم تحديد الأزواج المرتبة (X,Y) بنقاط تمثل شكل الانتشار.

أي أن رسم شكل الانتشار وتحليله يساعد في الإجابة عن الأسئلة الآتية: هل هناك علاقة بين المتغيرين؟ وإن وجدت فما مدى قوتها واتجاهها؟

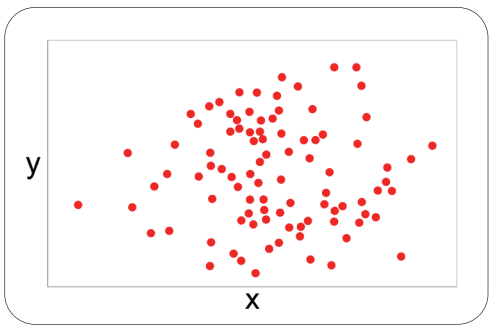
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



الارتباط الطردي (الموجب)



الارتباط العكسي (السالب)



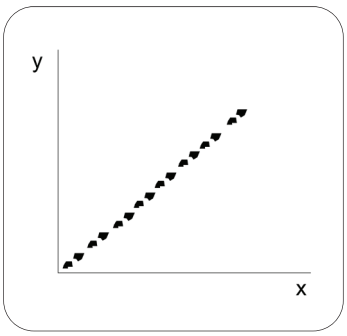
لا يوجد ارتباط بين المتغيرين

الارتباط وفق شكل الانتشار

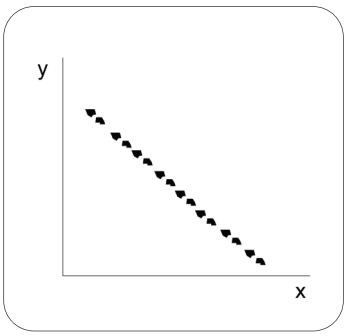
حالات شكل الانتشار:

1. إذا وقعت جميع النقاط على خط مستقيم، فإن الارتباط يُعبر عنه بعلاقة خطية، تمثل أقوى نوع من الارتباط بين المتغيرين.

وفي هذه الحالة؛ إذا كانت العلاقة طردية (كلما زادت قيمة المتغير X، زادت قيمة المتغير Y)، يكون الارتباط طرديًا تامًا. وإذا كانت العلاقة عكسية (كلما زادت قيمة المتغير X، انخفضت قيمة المتغير Y) يكون الارتباط عكسيًا تامًا، كما يوضح الشكل الآتي:



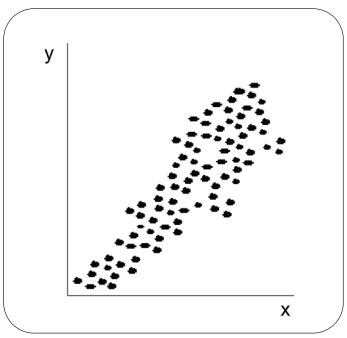
ارتباط طردي تام



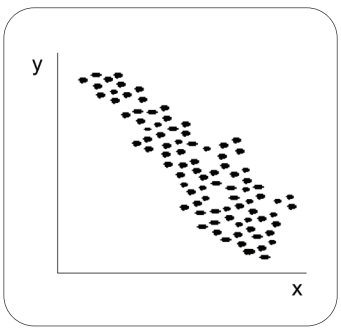
ارتباط عكسي تام

أنواع الارتباط الخطي التام

2. إذا كانت النقاط تتخذ شكل خط مستقيم، ولكن لا تقع جميعها على هذا الخط، فإن العلاقة خطية غير تامة (طردية أو عكسية). كما يوضح الشكل الآتي:



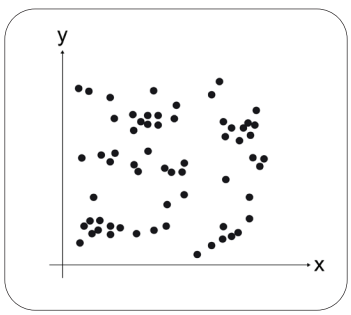
ارتباط خطي طردي



ارتباط خطي عكسي

أنواع الارتباط الخطي غير التام

3. إذا كانت النقاط مشتتة بدون نظام معين فهذا يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين، أو أن العلاقة بينهما ضعيفة جدًّا، كما يوضح الشكل الآتي:



لا يوجد ارتباط

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

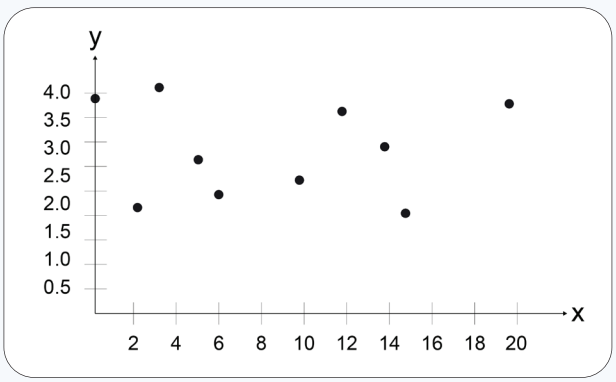
مثال 1

تعرض البيانات الآتية عدد ساعات العمل الإضافية التي يقضيها أحد الموظفين أسبوعيًّا، ونسبة إنجازه.

ارسم شكل الانتشار، وهل يوجد هناك ارتباط بين المتغيرين؟ حدد نوع الارتباط.

عدد الساعات (X)	13	3	0	6	10	2	20	14	15	5
نسبة الإنجاز (Y)	3.6	4	3.9	2.5	2.4	2.2	3.7	3	1.8	3.1

الحل:



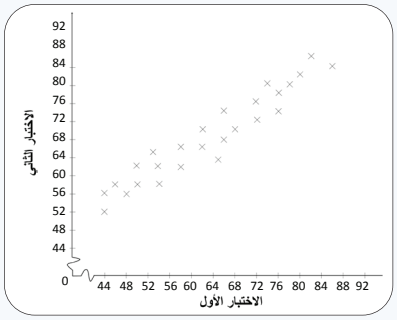
في رسم شكل الانتشار يظهر عدم وجود ارتباط خطي بين المتغيرين، مما يعني أن عدد الساعات الإضافية التي يقضيها الموظف في الأسبوع قد لا تكون ذات علاقة بمعدل إنجاز العمل.

تفكير ناقد

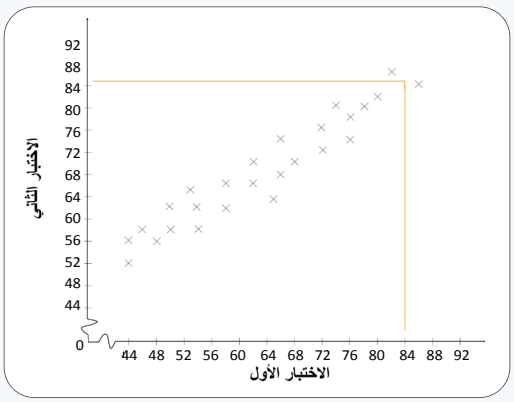
كيف يستفيد صاحب العمل من هذا النوع من الدراسات؟

مثال 2

يعرض شكل الانتشار نتائج اختبارين لفصل من 26 طالبًا، إذا حصل طالب على 84 في الاختبار الأول، فكم يمكن أن تكون نتيجته في الاختبار الثاني؟



الحل:



من شكل الانتشار يتضح أنه عندما تكون درجة الطالب في الاختبار الأول 84، فإن النتيجة في الاختبار الثاني يمكن أن تكون 85 تقريبًا.

تحقق من فهمك 1

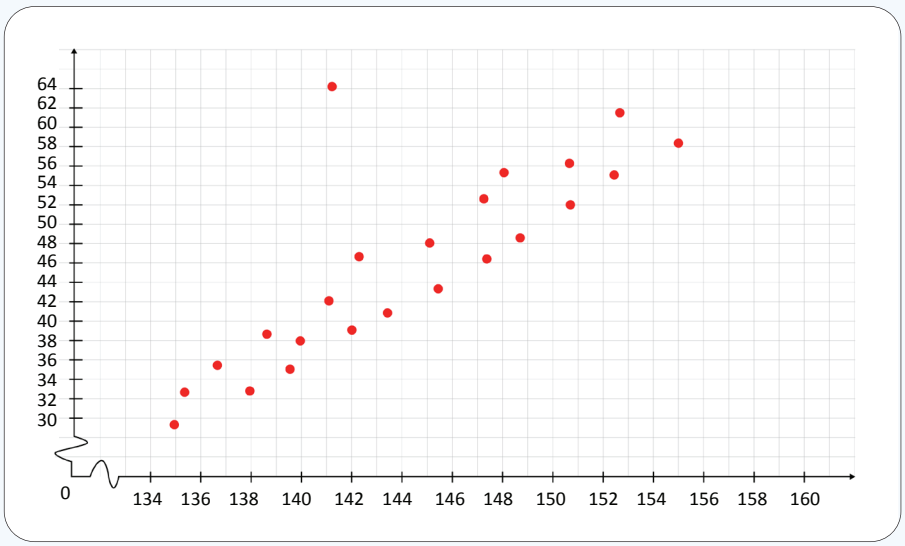
1. تعرض البيانات الآتية أطوال عدد من نباتات الظل ومعدلات الإصابة بالتبرقش لدى تلك النباتات.

الأطوال بالسنتيمتر (X)	68	72	65	88	70	62	75	78	64	68
معدل التبرقش (Y)	90	85	88	85	93	98	75	70	65	72

ارسم شكل الانتشار لهذه البيانات، وهل هناك ارتباط بين المتغيرين؟ حدد نوعه إن وجد.

2. يوضح شكل الانتشار الآتي العلاقة بين عدد الأيام التي خضع فيها عدد من الأطفال المصابين باضطراب فرط الحركة لتلقي العلاج ونسبة التركيز لديهم أثناء الحصة الدراسية، استخدم شكل الانتشار؛ لتحديد أفضل نسبة تركيز يمكن أن يحققها طفل تلقى العلاج على مدى 150 يومًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



إثـــراء **اضطراب نقص الانتباه**

اضطراب نقص الانتباه وفرط الحركة هو مرض يصيب الأطفال قبل سن 12، ويتسبب في خلق مشكلات لدى الأطفال في المنزل والمدرســة بشكل مستمر، مثل: مشــاكل التعلُّم أو اللغة، الأمراض المزاجية: مثل الاكتئــاب أو القلق، واضطرابات النوم، ويخضــع المصابون بالمرض لتقييم دقيق للحالة، مع تقديم أدوية متخصصة ومعالجات سلوكية متنوعة.

قوة الارتباط:

يستخدم معامل الارتباط لحساب قوة الارتباط بين متغيرين.

معامل الارتباط (Correlation Coefficient):

قيمة تحدد الارتباط بين متغيرين، ويرمز له بالرمز r.

تتراوح قيمــة معامل الارتباط من 1- إلى 1+، أي أن قيمته لا يمكن أن تتجاوز هذا النطاق.



معامــل الارتباط r يســمى أيضًا معامل بيرســون Pearson. نسبة للإحصائــي الإنجليــزي كارل بيرسون (1857-1936).

تعني قيمة معامل الارتباط 1- أن هناك ارتباطًا عكســيًّا تامًّا، بينما تعني قيمة معامل الارتباط 1+ أن هناك ارتباطًا طرديًّا تامًّا، وعندما تكون قيمة معامل الارتباط 0 فتعني أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

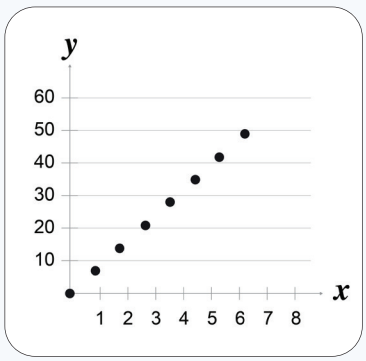
ويوضح الجدول الآتي قوة الارتباط حسب قيمة معامله:

قيمة معامل الارتباط	قوة الارتباط
$+1$	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط
من -0.01 إلى -0.49	ارتباط عكسي ضعيف
من -0.50 إلى -0.69	ارتباط عكسي متوسط
من -0.70 إلى -0.99	ارتباط عكسي قوي
-1	ارتباط عكسي تام

مثال 3

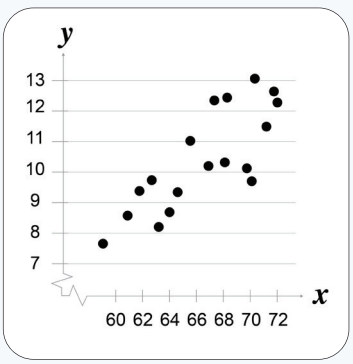
حدد نوع الارتباط ودرجته في الأشكال الآتية:

a.



معامل الارتباط r = 1

b.



معامل الارتباط r = 0.81

الحل:

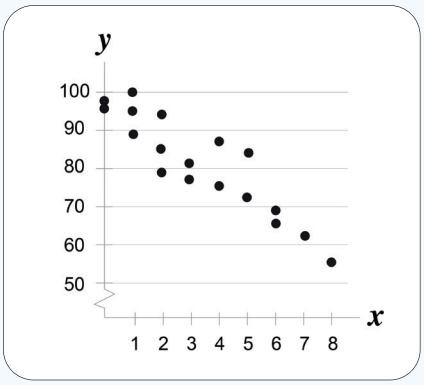
a. ارتباط طردي تام.

b. ارتباط طردي قوي.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 2

حدد نوع الارتباط ودرجته في الشكل الآتي:



معامل الارتباط $r = -0.8$

يمكن حساب قيمة معامل الارتباط لبيانات المتغيرين X, Y باستخدام الصيغة الآتية:

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\ \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

حيث n عدد أزواج البيانات، ويكون نطاق معامل الارتباط في الفترة $[-1, 1]$.

تذكر:

الرمز الرياضي $(\sum X)^2$ يعني مربع مجموع القيم، ولا يعني مجموع مربعات القيم.

$$(\sum X)^2 \neq \sum X^2$$

مثال 4

توضح البيانات الآتية درجات أربَعةُ طُلَّاب في مادتي الرياضيات والفيزياء، احسب معامل الارتباط بين درجات الطلاب في المادتين. ماذا تستنتج؟

الرياضيات (X)	الفيزياء (Y)
4	4
8	7
5	5
3	4

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الحل:

الرياضيات (X)	الفيزياء (Y)	XY	X^2	Y^2
4	4	16	16	16
8	7	56	64	49
5	5	25	25	25
3	4	12	9	16
$\sum x = 20$	$\sum Y = 20$	$\sum XY = 109$	$\sum x^2 = 114$	$\sum Y^2 = 106$

بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $n=4$ ، في قانون معامل الارتباط:

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$= \frac{4(109) - (20)(20)}{\sqrt{4(114) - (20)^2}\sqrt{4(106) - (20)^2}}$$

$$= \frac{36}{\sqrt{56}\sqrt{24}} = 0.98$$

إذن يوجد ارتباط طردي قوي بين درجات الطلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء.

تحقق من فهمك 3

توضح البيانات الآتية دخل بعض الأسر "X"، وإنفاقها الشهري بمئات الريالات "Y".

X	65	68	50	39	48	58
Y	67	68	51	35	39	52

احسب معامل الارتباط لهذه البيانات، ماذا تستنتج؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الارتباط في البيانات النوعية

بفرض أن الظاهرة قيد الدراسة تحتوي على متغيرين نوعيين ترتيبيين، على سبيل المثال: قياس العلاقة بين تقديرات الطلاب في مادتين، أو قياس العلاقة بين درجة تفضيل المستهلك لسلعة معينة ومستوى دخله.

في هذا النوع من البيانات يستخدم معامل سبيرمان (Spearman) لقياس مستوى الارتباط بين المتغيرين X و Y.

معامل ارتباط سبيرمان (Spearman Correlation Coefficient):

مقياس لمستوى الارتباط بين متغيرين نوعيين ترتيبيين، بناءً على رتب البيانات المرصودة.

يعتمد حساب معامل سبيرمان على استبدال البيانات بترتيبها داخل العينة، فبفرض أن العينة مكونة من n زوج مرتب وفق متغيرين X وY. وأن المتغير X له رتبة R_X ، والمتغير Y له رتبة R_Y، و d تعني الفرق بين الرتبتين، أي أن: $d = R_X - R_Y$ ، فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتبة ويرمز له بالرمز R يعطى بالصيغة الآتية:

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

ويأخذ معامل سبيرمان قيمة من 1- إلى 1+، تعبر عن قوة ارتباط المتغيرين.

مثال 5

لدراسة العلاقة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اختير خَمسَةُ طُلَّاب وكانت تقديراتهم على النحو الآتي:

الإحصاء (X)	ضعيف	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جدًّا
الرياضيات (Y)	مقبول	جيد	جيد جدًّا	ضعيف	ممتاز

هل هناك ارتباط بين المتغيرين X, Y؟ ما نوعه؟ وما مدى قوته؟

الحل:

أولًا: حساب رتب التقديرات في المتغيرين، نفرض أن التقدير ضعيف تناظره رتبة منخفضة تساوي 1، يليها تقدير مقبول وتناظره الرتبة 2، ثم تقدير جيد وتناظره الرتبة 3، وهكذا.

ثانيًا: حساب قيمة معامل سبيرمان كالآتي:

X	Y	R_x	R_y	d	d^2
ضعيف	مقبول	1	2	-1	1
ممتاز	جيد	5	3	2	4
جيد	جيد جدًّا	3	4	-1	1
مقبول	ضعيف	2	1	1	1
جيد جدًّا	ممتاز	4	5	-1	1
				$\sum d = 0$	$\sum d^2 = 8$

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(8)}{5(25-1)} = 0.6$$

أي أن هناك علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في الإحصاء وتقديراتهم في الرياضيات.

تحقق من فهمك 4

فيما يأتي تقديرات عشرة طلاب في اختبارين، أحدهما للغة الإنجليزية والآخر للغة العربية:

اللغة الإنجليزية	ضعيف	جيد	مقبول	جيد جدًّا	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد جدًّا	جيد
اللغة العربية	مقبول	جيد جدًّا	جيد	ممتاز	ضعيف	جيد	جيد جدًّا	جيد	ممتاز	ضعيف

هل هناك ارتباط بين المتغيرين؟ ما نوعه؟ وما مدى قوته؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

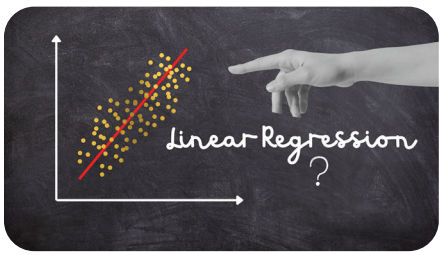
الانحدار الخطي البسيط
Simple Linear Regression

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط، وأستخدمها في تمييز العلاقات الخطية بين المتغيرات والتنبؤ بقيمها.

◂ **فكر** كيف يمكن الاستفادة من شكل الانتشار في مجالات الحياة مختلفة؟



يوظف العلماء شكل الانتشار في التنبؤ في العديد من المجالات، وذلك باستخدام نموذج رياضي يُعرف بـ"خط الانحدار"، فعلى سبيل المثال: يستخدم علماء الأحياء والعلوم السلوكية خط الانحدار للتنبؤ بسلوك الكائنات والبشر، ويستخدمه علماء التقنيات الرقمية وعلم البيانات والذكاء الاصطناعي في حل مشكلات حاسوبية معقدة.

وهو عبارة عن ارتباط خطي بين متغيرين، حيث يمثل المتغير المستقل x متغير التنبؤ، فيما يمثل المتغير y الاستجابة أو التوقع الناتج عن هذا التنبؤ، ومن المهم الإشارة إلى أن خط الانحدار يمثل معادلة خطية من الدرجة الأولى.

◂ **ما** الغرض من استخدام الانحدار الخطي البسيط؟

يستخدم الانحدار الخطي البسيط لدراسة تأثير متغير كمي (المتغير المستقل) على متغير كمي آخر (المتغير التابع)، على سبيل المثال:

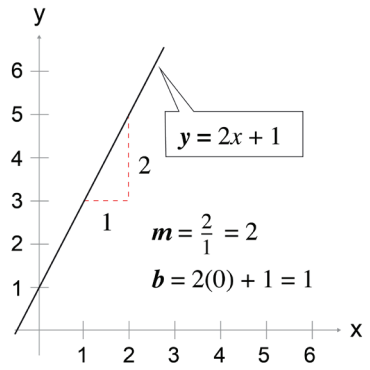
- دراسة تأثير الإنتاج على التكلفة.
- دراسة تأثير كمية السماد على إنتاجية المزرعة.
- دراسة تأثير كمية البروتين التي يتناولها الشخص على وزنه.

الانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression)

هو معادلة خطية من الدرجة الأولى، تعبر عن المتغير التابع كدالة في المتغير المستقل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

معادلة الخط المستقيم (Straight–line Equation):



يمكن كتابة معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله m والمقطع b على المحور Y، بالصيغة الآتية:

$$Y = mx + b$$

حيث يمثل ميل الخط المستقيم m نسبة تغيره الرأسي إلى الأفقي، ويقطع المستقيم المحور Y عند القيمة b. ووفقًا للتمثيل المجاور فإن:

$$m = \frac{2}{1} = 2, \quad b = 1$$

وبالتالي فإن معادلة هذا المستقيم هي $Y = 2x + 1$

ويمكن إيجاد عدد لانهائي من النقاط على هذا المستقيم، فعلى سبيل المثال تكون قيمة $Y = 5$ عندما $x = 2$.

معادلة خط الانحدار البسيط (Simple Regression Line Equation):

معادلة خط الانحدار البسيط للمتغير المستقل x والمتغير التابع y هي:

$$\hat{y} = mx + b$$

حيث $\hat{y}$ هي القيمة المتوقعة لـ y عند قيمة معينة لـ x.

ويحسب ميل خط الانحدار البسيط m من المعادلة التالية:

$$m = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

حيث n عدد البيانات.

لاحظ:

في الرياضيات تتحدد معادلة الخط المستقيم بنقطتين عليه. وفي الإحصاء تستخدم كل نقطة في البيانات لتحديد معادلة خط الانحدار البسيط.

ويعتمد نوع الارتباط بين المتغيرين على قيمة ميل خط الانحدار m، حيث تكون المتغيرات مرتبطة ارتباطًا طرديًّا إذا كانت قيمة الميل موجبة، ومرتبطة عكسيًّا إذا كانت قيمة الميل سالبة.

وتعطى نقطة التقاطع b مع المحور Y من المعادلة:

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

حيث $\bar{y}$ هو المتوسط الحسابي لقيم المتغير y، و $\bar{x}$ هو المتوسط الحسابي لقيم المتغير x. ويمر خط الانحدار البسيط دائمًا بالنقطة $(\bar{x}, \bar{y})$.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 1

في الجدول أدناه بيانات عن كمية البروتين اليومية بالجرام التي يحتاجها العجل الرضيع، ومقدار الزيادة في وزن العجل بالكيلوجرام، لعينة من n عجل رضيع.

كمية البروتين x	70	59	50	46	25	20	15	14	11	10
زيادة الوزن y	20	16	15	19	13	13	12	12	10	10

اكتب معادلة خط الانحدار البسيط.

الحل:

من الجدول: عدد العجول الرضيعة: $n = 10$

كمية البروتين x	زيادة الوزن y	xy	x^2
70	20	1400	4900
59	16	944	3481
50	15	750	2500
46	19	874	2116
25	13	325	625
20	13	260	400
15	12	180	225
14	12	168	196
11	10	110	121
10	10	100	100
$\sum x = 320$	$\sum y = 140$	$\sum xy = 5111$	$\sum x^2 = 14664$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{320}{10} = 32 \qquad \bar{y} = \frac{\sum y}{y} = \frac{140}{10} = 14$$

بالتعويض في معادلة ميل خط الانحدار البسيط:

$$m = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= \frac{10(5111) - 320(140)}{10(14664) - (320)^2}$$

$$= 0.14$$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

بالتعويض في معادلة التقاطع مع محور Y:

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

$$= 14 - 0.14\ (32)$$

$$= 9.52$$

بالتعويض عن قيمتي m و b في معادلة خط الانحدار البسيط تكون معادلة خط الانحدار البسيط لكمية البروتين (x) على زيادة الوزن (y):

$$\hat{y} = 0.14x + 9.52$$

بما أن قيمة الميل $m = 0.14$ موجبة فإن الارتباط بين المتغيرين ارتباط طردي، أي أن وزن العجل الرضيع يرتبط طرديًا مع كمية البروتين.

تحقق من فهمك 1

إذا كانت "x" هي أسعار استيراد كمية الزجاج المسطح بالطن المقابلة لـ "y" التي تعبر عن مقدار التكلفة بالريالات.

كمية الزجاج المسطح بالطن x	8	4	15	7	6
التكلفة بالريالات y	18	11	29	18	14

اكتب معادلة خط الانحدار البسيط لهذه البيانات، وفسّر العلاقة بين المتغيرين.

يمكن استخدام معادلة الانحدار البسيط في التنبؤ بقيم المتغير التابع y .

التنبؤ (Prediction):

هو معرفة القيمة المستقبلية لمتغير كمي تابع y بناءً على دراسة وتحليل متغير كمي مستقل x، والعلاقة الخطية التي تربط بينهما.

على سبيل المثال: يمكن لمدير شركة أن يتوقع زيادة في الطلب المحلي على منتج معين؛ على أساس مبيعات الناتج المحلي الإجمالي، فبعد إيجاد معادلة خط الانحدار البسيط يمكن استخدام هذه المعادلة للتنبؤ بقيم y، باستبدال قيمة x المعطاة في معادلة خط الانحدار البسيط، ثم حساب $\hat{y}$ (قيمة y المتوقعة).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 2

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط لكمية الإنتاج (x) بتكلفة (y) بآلاف الريالات هي

$$\hat{y} = 0.134\ x + 9.44$$

استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار التكلفة المتوقعة في الحالات الآتية، وفسر تأثير قيمة الميل في المعادلة:

a. عدم وجود إنتاج.

b. كمية الإنتاج $x = 50$.

الحل:

a. عدم وجود إنتاج يعني أن $x = 0$ فتكون التكلفة 9.44 ألف ريال.

b. إذا كانت كمية الإنتاج $x = 50$ وحدة فإن:

$$\hat{y} = 0.134\ (50) + 9.44$$

$$= 16.14$$

وهذا يعني أنه عندما تصل كمية الإنتاج إلى 50 وحدة فإن التكلفة تبلغ نحو 16.14 ألف ريال.

وتدل قيمة الميل $m = 0.134$ على أنه كلما زادت كمية الإنتاج وحدة واحدة، حدثت زيادة في التكلفة بمقدار 134 ريالًا.

تحقق من فهمك 2

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط لإنتاج مادة الإسفلت (بملايين البراميل) x والاستهلاك المحلي لها y هي:

$$\hat{y} = 0.36\ x + 3.26$$

استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بقيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج إلى 16 مليون برميل.

الفرق بين الارتباط والانحدار

الارتباط	الانحدار
يشير إلى طبيعة ومدى العلاقة الخطية بين المتغيرين.	يدرس تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع.
ترتبط المتغيرات ارتباطًا طرديًا أو عكسيًا إذا كان لمعامل الارتباط قيمة موجبة أو سالبة على التوالي.	معامل الانحدار الموجب: يعني أنه لكل زيادة وحدة في x هناك زيادة مقابلة في y. معامل الانحدار السالب: يعني أنه لكل زيادة وحدة في x هناك انخفاض مقابل في y.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تقويم ختامي

1: اكمل الجدول بما يناسب من العبارات الآتية:

a. التدخين سبب رئيس للإصابة بأمراض القلب والشرايين.

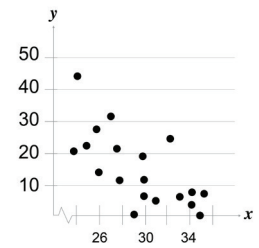
b. انخفاض الانبعاث الكربوني مرهون بخفض أدخنة المصانع.

c. بطء سلاسل الإمداد أحد أسباب ارتفاع الأسعار.

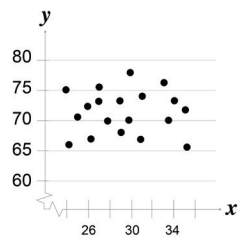
d. أحد أسباب استعمال البوليمرات في صنع أواني المطبخ هو تمتعها بخاصية العزل الحراري.

العبارة	المتغير المستقل	المتغير التابع
a		
b		
c		
d		

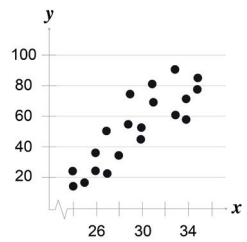
2: a. اكتب نوع الارتباط المناسب (ارتباط عكسي، ارتباط طردي، لا يوجد ارتباط) لكل شكل انتشار فيما يأتي:



.....



.....



.....

b. هل يمكن التنبؤ بقوة العلاقة من شكل الانتشار؟ وضح إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

3: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. يمثل معامل ارتباط قيمته 0.8:

a. ارتباط خطي طردي قوي.

b. ارتباط خطي طردي متوسط.

c. ارتباط خطي عكسي قوي.

d. ارتباط خطي عكسي متوسط.

2. القيمة التي تمثل ارتباطًا عكسيًّا متوسطًا:

a. 0.7

b. -0.6

c. -0.2

d. 1

3. الارتباط الذي تعبر عنه قيمة معامل الارتباط $0.5 < r < 0.7$:

a. ارتباط طردي متوسط.

b. ارتباط طردي تام.

c. ارتباط عكسي ضعيف.

d. ارتباط عكسي تام.

4: يريد باحث تحديد ما إذا كانت هناك علاقة خطية بين دخل الأسرة X ومقدار الادخار Y (بآلاف الريالات)؛ حيث توضح البيانات الآتية المتغيرين X, Y لسبع أسر:

دخل الأسرة X	50	65	48	42	59	72	60
مقدار الادخار Y	4	8	5	5	10	7	6

a. حدد المتغير المستقل والمتغير التابع.

b. ارسم شكل الانتشار للبيانات.

c. احسب معامل الارتباط، هل يوجد ارتباط بين المتغيرين؟

d. باعتقادك؛ ما العوامل المؤثرة على ادخار الأسرة؟ وضح إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

5: صل العبارات في (A) بما يناسبها من الرموز في (B).

(A)	(B)
قيمة y المتوقعة عند قيمة x المقابلة لها	b
ميل معادلة خط الانحدار البسيط	$\hat{y}$
مقطع المحور y	M
النقطة التي يمر بها خط الانحدار دائمًا	$\overline{y}$
المتوسط الحسابي للمتغير y	$(\overline{x}, \overline{y})$

6: أعطِ أمثلة من مسارك التخصصي على علاقات ارتباطية بين متغيرات.

7: العبارة "يكشف معامل ارتباط بيرسون عن قوة واتجاه العلاقة بين رُتب متغيرين" هل هي صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا؟ برر إجابتك.

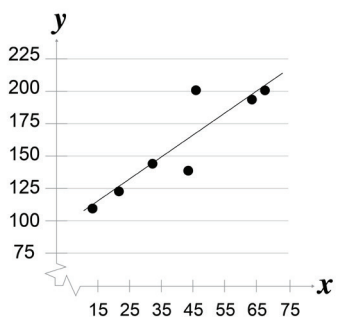
8: اكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط من المجموعة (A) تحت الرسم البياني المناسب لها من المجموعة (B):

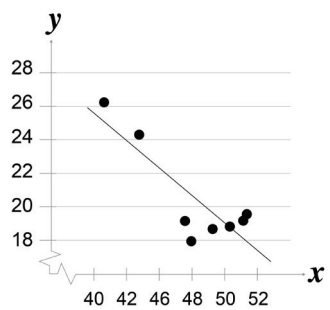
المجموعة (A)

a. $\hat{y} = -x + 50$

b. $\hat{y} = 1.6x + 83$

المجموعة (B)





.....

.....

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

- أجري تحليلًا إحصائيًا استدلاليًا للكشف عن الارتباط والعلاقات الخطية بين المتغيرات المرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فرديًا وضمن فريق.

تطبيق:

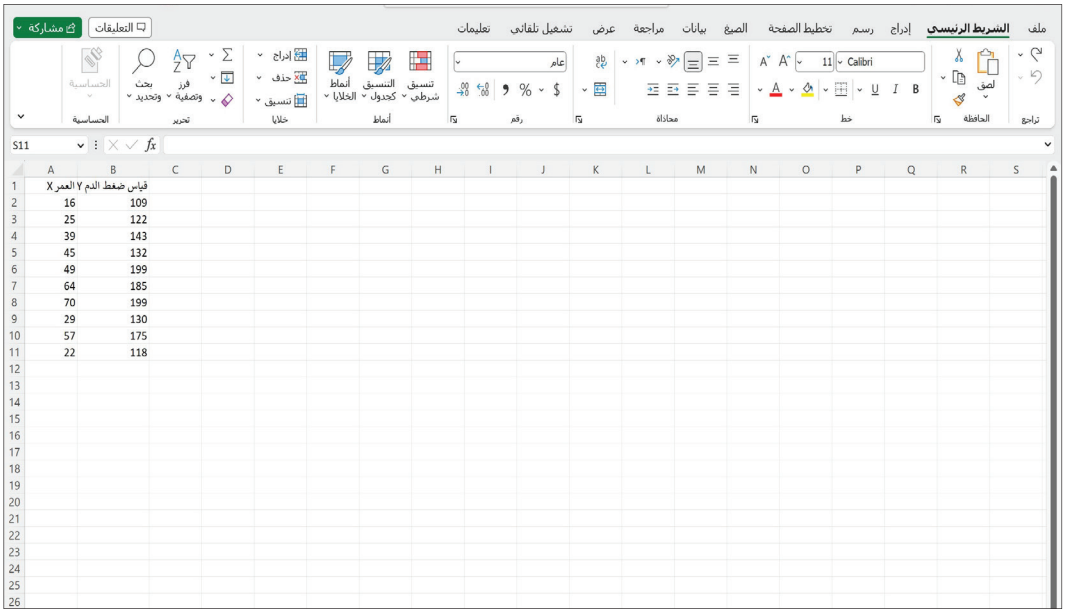
في الجدول الآتي قائمتان من البيانات تمثلان متغيرين: "X" الذي يعبر عن العمر لعشرة أشخاص، و"Y" الذي يعبر عن قياس ضغط الدم لديهم. باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) احسب معامل الارتباط، وارسم شكل الانتشار، وخط الانحدار البسيط للمتغيرين.

العمر X	16	25	39	45	49	64	70	29	57	22
قياس ضغط الدم Y	109	122	143	132	199	185	199	130	175	118

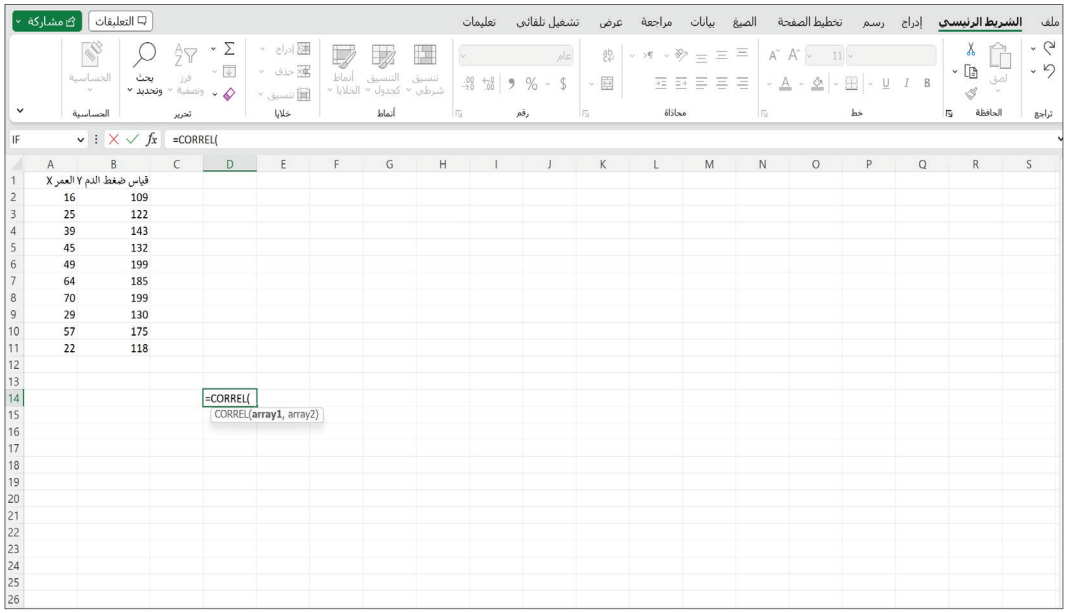
اتبع الخطوات الآتية:

- أولًا: حساب قيمة معامل الارتباط باستخدام وظيفة CORREL :

إدخال البيانات في برنامج الجداول الإلكترونية كالآتي:



لحســاب معامل الارتباط بين هذيــن المتغيرين حدد خلية فارغة ثم أدخل الصيغــة = CORREL، كما يوضح الشكل الآتي:

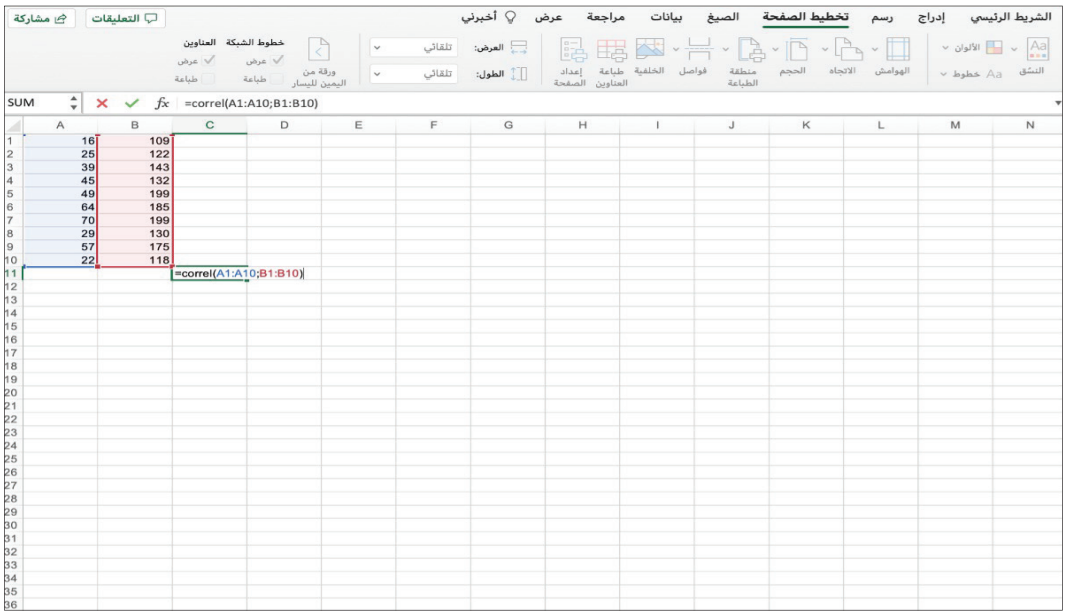


بالضغط على array1، ثم حدد العمود A كاملًا.

ضع فاصلة، ثم اضغط على array2 وحدد العمود B كاملًا.

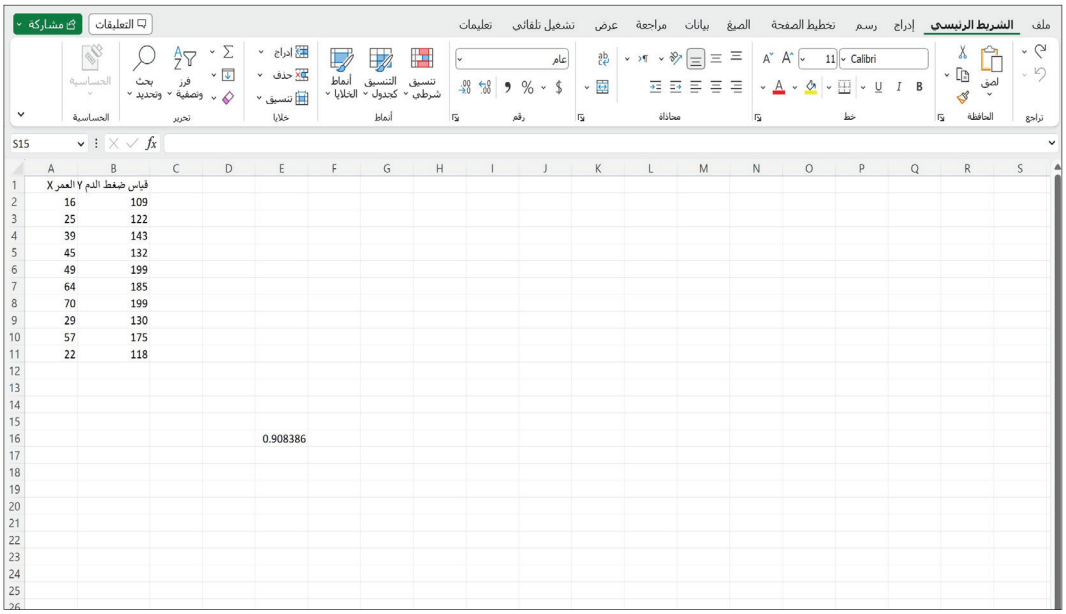
لاحظ:

في بعض الإعــدادات والإصــدارات من Excel، توضع فاصلة منقوطة بدلًا من فاصلة.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

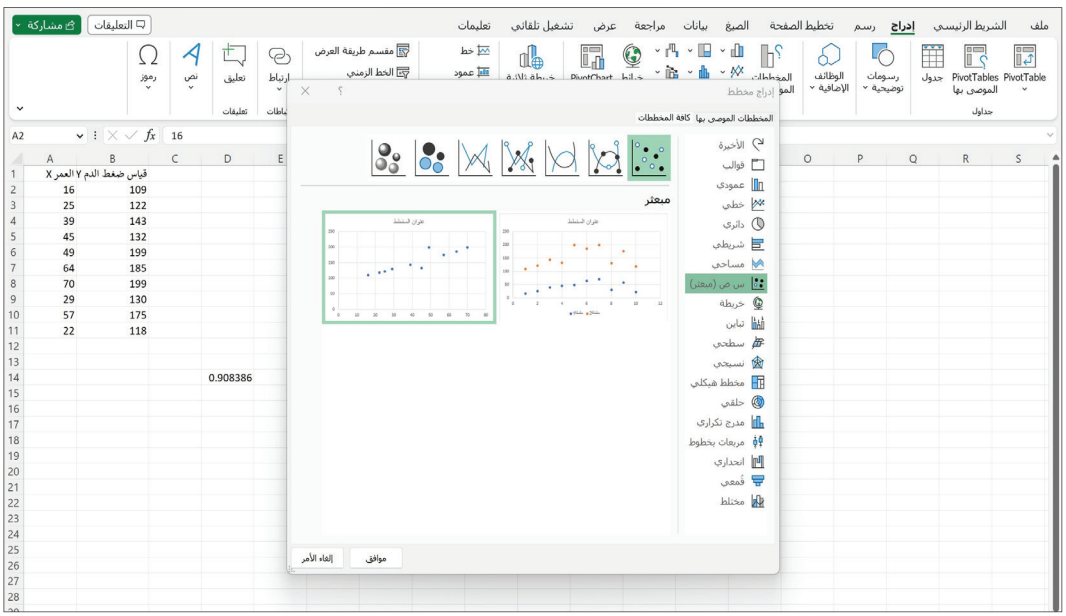
اضغط على زر إدخال فتظهر نتيجة الارتباط كما في الشكل أدناه:



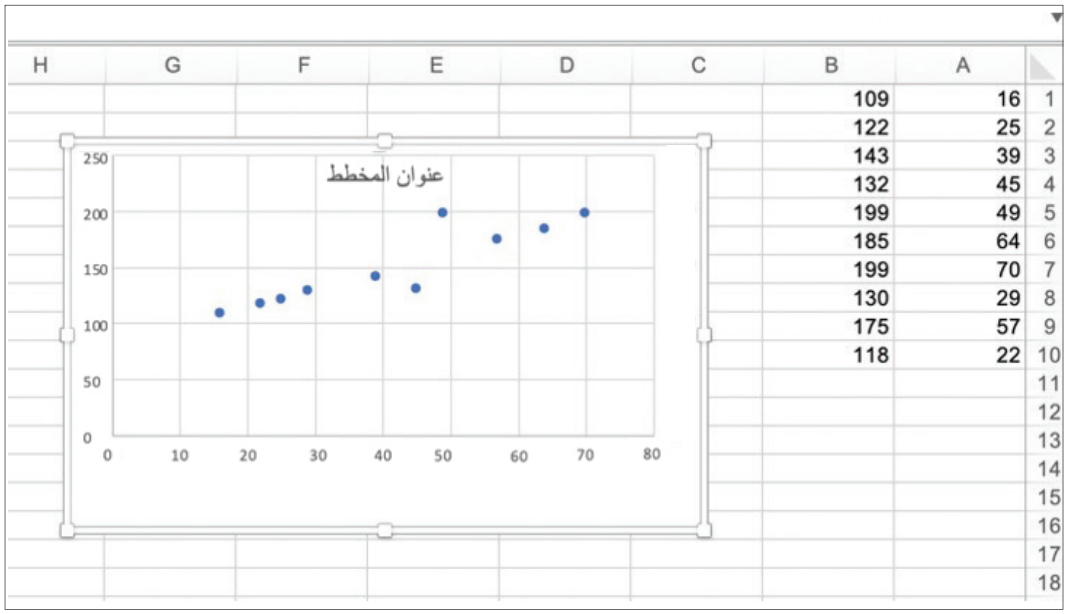
النتيجة: معامل الارتباط يساوي تقريبًا 0.9، وهذا يدل على وجود ارتباط قوي بين المتغيرين، وهو ما يعني وجود علاقة بين التقدم في العمر وبين الإصابة بارتفاع ضغط الدم.

- **ثانيًا: رسم شكل الانتشار:**

لرسم شكل الانتشار: حدد البيانات في العمودين، ثم انقر فوق علامة التبويب إدراج على الشريط، وحدد موقع قسم المخططات، ثم اختر مبعثر، كما هو موضح في الشكل الآتي:

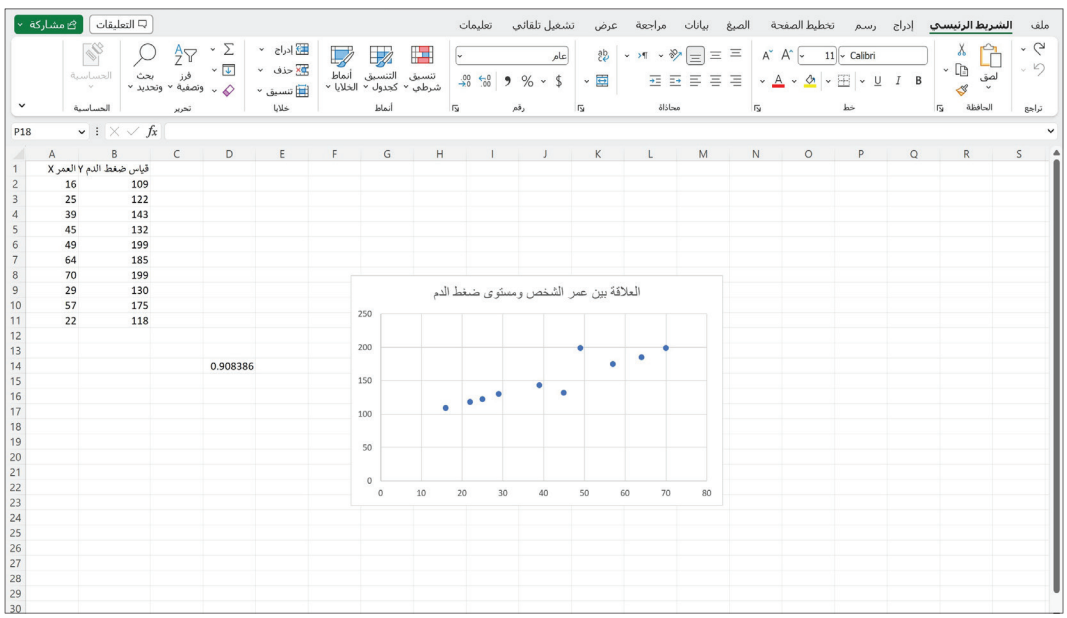


فيظهر شكل الانتشار للبيانات كما يأتي:



A	B
16	109
25	122
39	143
45	132
49	199
64	185
70	199
29	130
57	175
22	118

وبالضغط على عنوان المخطط يمكن كتابة عنوان المخطط حسب مسمى التمثيل.

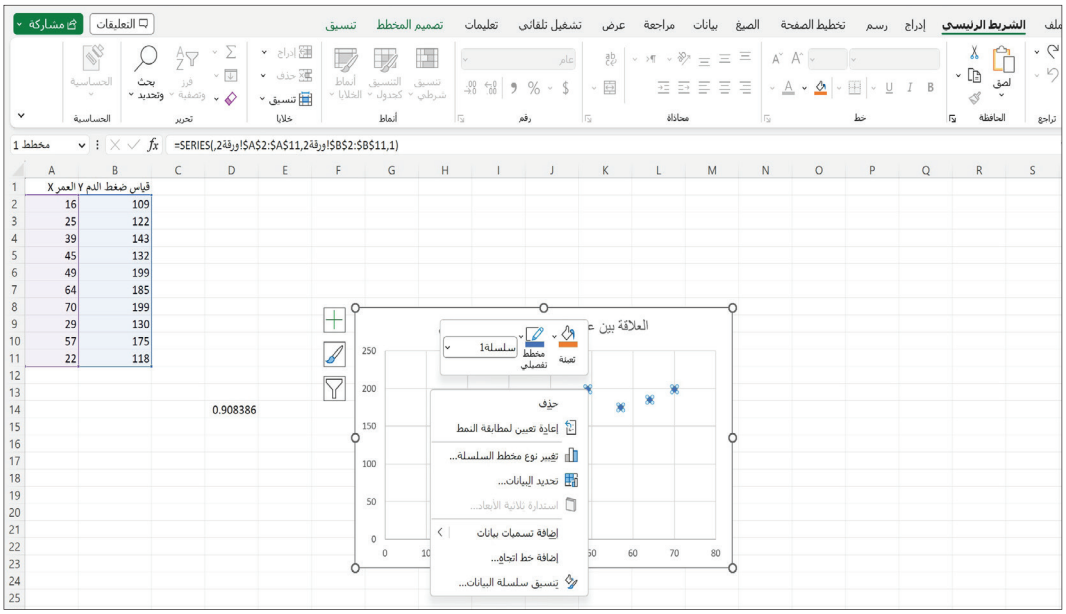


ويوضح الشكل أنه يوجد ارتباط طردي (موجب) بين المتغيرين.

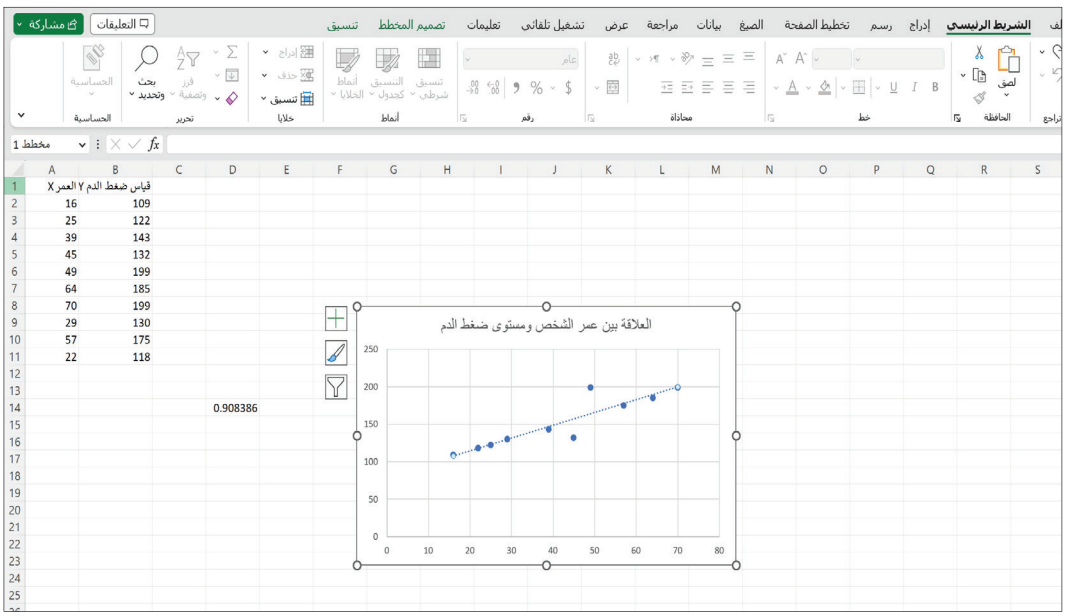
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

- **ثالثًا: رسم خط الانحدار البسيط:**

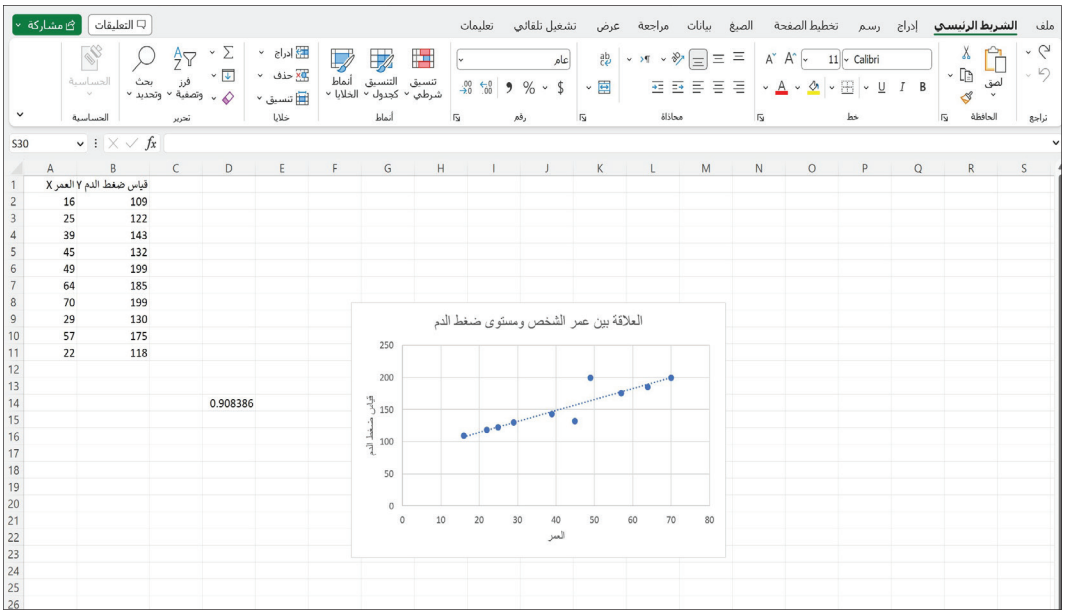
ابدأ بالنقر مرة واحدة على أي نقطة بيانات في مخطط الانتشار، ثم اضغط مرة واحدة على زر الفأرة الأيمن، فتظهر قائمة كما في الشكل أدناه.



اختر إضافة خط اتجاه من القائمة، فتحصل على خط الانحدار كما هو موضح في الشكل الآتي:



لاحظ أنه عند النقر على إشارة (+) في أعلى يسار الرسم تظهر قائمة مقترحة بإضافات مهمة للتمثيل البياني، مثل: كتابة عناوين للمحاور، وإضافة تنسيقات أخرى.



تمارين:

1: يرى الاختصاصي النفسي أن خضوع المصابين في حوادث سير عنيفة لدعم نفسي يمكن أن يحسن حالتهم بشكل أسرع نسبيًّا، ويستدل بتجربة قام فيها بإخضاع مجموعة من المصابين لدعم نفسي، حيث عرض البيانات من خلال الجدول الآتي:

عدد المصابين X	3	4	2	2	2	2
عدد الذين تحسنت حالتهم بشكل أسرع نتيجة الخضوع لدعم نفسي Y	2	2	2	1	1	1

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، وقرر ما إذا كان الاختصاصي محقًّا. فسّر إجابتك.

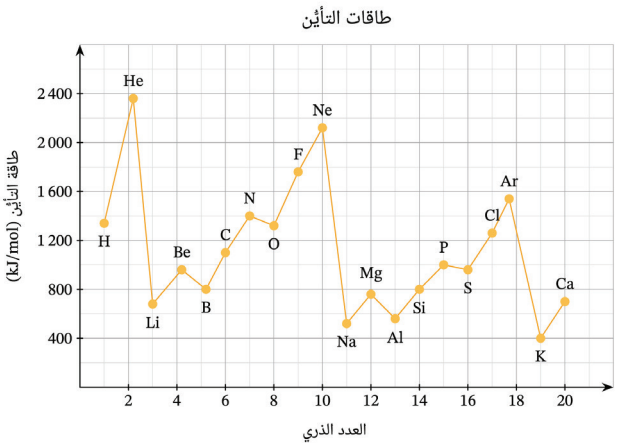
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

2: توضح البيانات الآتية إجابات عينة من سبعة أشخاص؛ عن سؤالين الأول حول برامج العلاج الطبيعي، والثاني عن مدى استجابتهم للعلاج:

السؤال الأول X	جيدة	مقبولة	ممتازة	جيدة	جيدة جدًّا	مقبولة	جيدة
السؤال الثاني Y	جيدة جدًّا	مقبولة	جيدة جدًّا	جيدة	جيدة	جيدة	ممتازة

احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب. فسر إجابتك.

3: يعرض التمثيل البياني المجاور طاقة التأين لعدد من العناصر.



a. دون إجراء حسابات؛ توقع قوة واتجاه الارتباط الخطي للعناصر:
   - Li, Be, B, C, N, O, F, Ne
   - Ar, K, Ca

b. وفقًا للتمثيل؛ هل العبارة "كلما زاد العدد الذري زادت طاقة التأين" صحيحة؟ فسر إجابتك.

4: توضح البيانات الآتية عدد ساعات ممارسة الرياضة في الأسبوع X ومعدل ساعات النوم اليومية Y كما يأتي:

X	1	2	4	7	6	9
Y	6	8	8	5	4	7

احسب معامل الارتباط الخطي، ما مدى قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين؟

5: توضح البيانات الآتية العلاقة بين كثافة الهواء X وبين درجة الحرارة المئوية Y:

الكثافة $X\ (kg/m^3)$	0.8	0.9	1	1.05	1.20	1.30	1.40
الحرارة $Y\ (C^o)$	200	140	100	80	40	20	0

باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية:

a. احسب معامل الارتباط.

b. ارسم شكل الانتشار.

c. ارسم خط الانحدار.

d. اكتب تقريرًا عن النتيجة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

- أجـري تحليلًا إحصائيًا اسـتدلاليًا للكشـف عن الارتبـاط والعلاقات الخطية بين المتغـيرات المرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فرديًا وضمن فريق.

تطبيق:

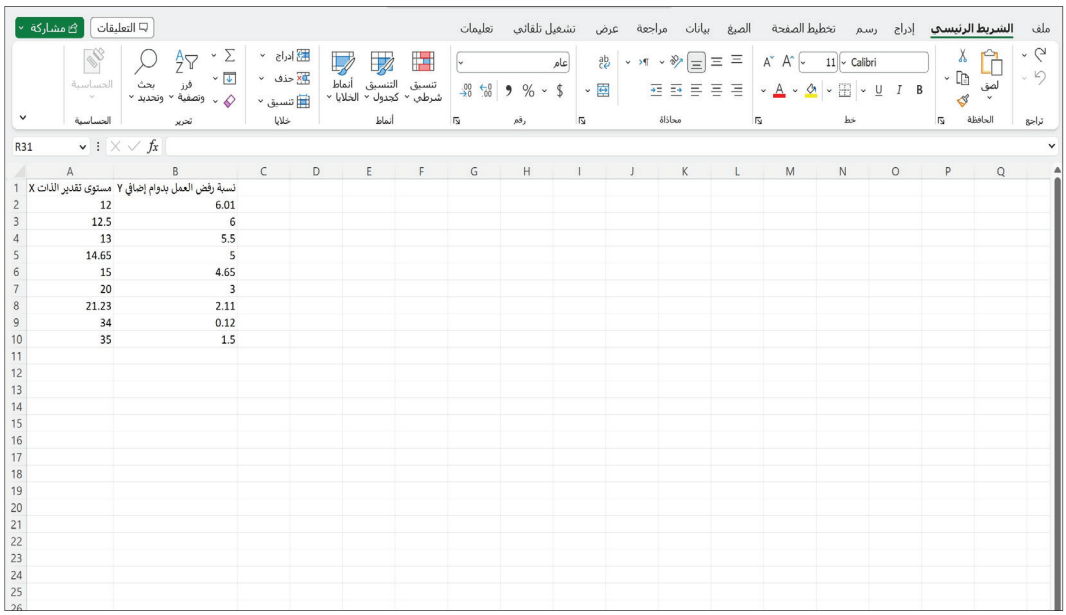
في الجـدول الآتي قائمتـان مـن البيانات تمثلان متغيرين هـما: "X" الذي يعبر عن مسـتوى تقدير الذات لدى الموظف، و "Y" ويعبر عن نسـبة رفضه العمل بدوام إضافي، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) احسب معامل الارتباط، وارسم شكل الانتشار وخط الانحدار البسيط للمتغيرين.

مستوى تقدير الذات X	12	12.5	13	14.65	15	20	21.23	34	35
نسبة رفض العمل بدوام إضافي Y	6.01	6	5.5	5	4.65	3	2.11	0.12	1.5

اتبع الخطوات الآتية:

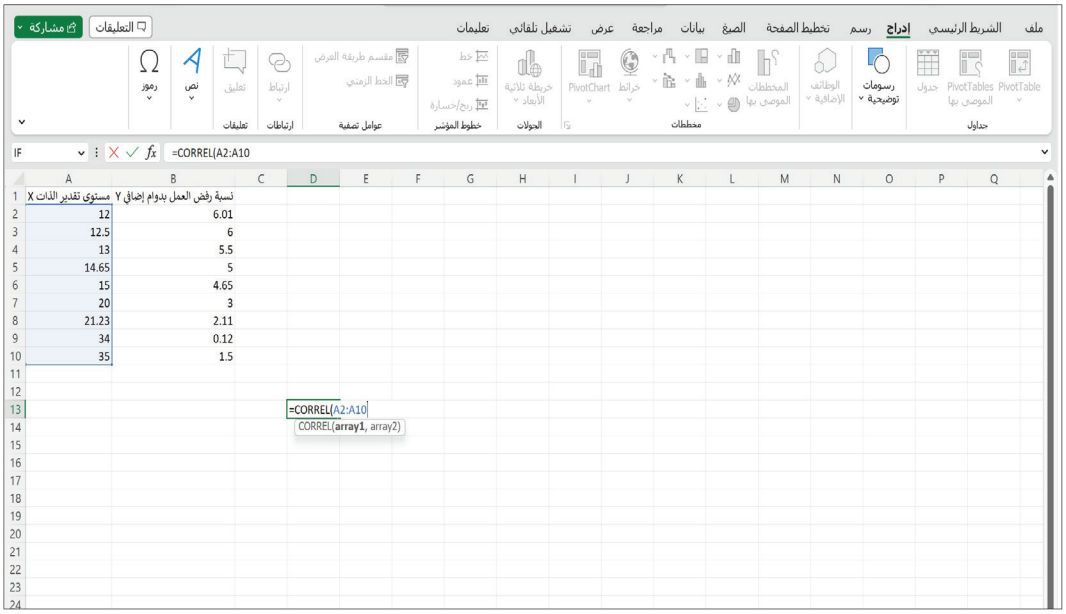
- أولًا: حساب قيمة معامل الارتباط باستخدام وظيفة CORREL:

إدخال البيانات في برنامج الجداول الإلكترونية كالآتي:



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

لحســاب معامل الارتباط بيــن هذين المتغيرين؛ حدد خلية فارغة ثم أدخــل الصيغة =CORREL، كما يوضح الشكل الآتي:

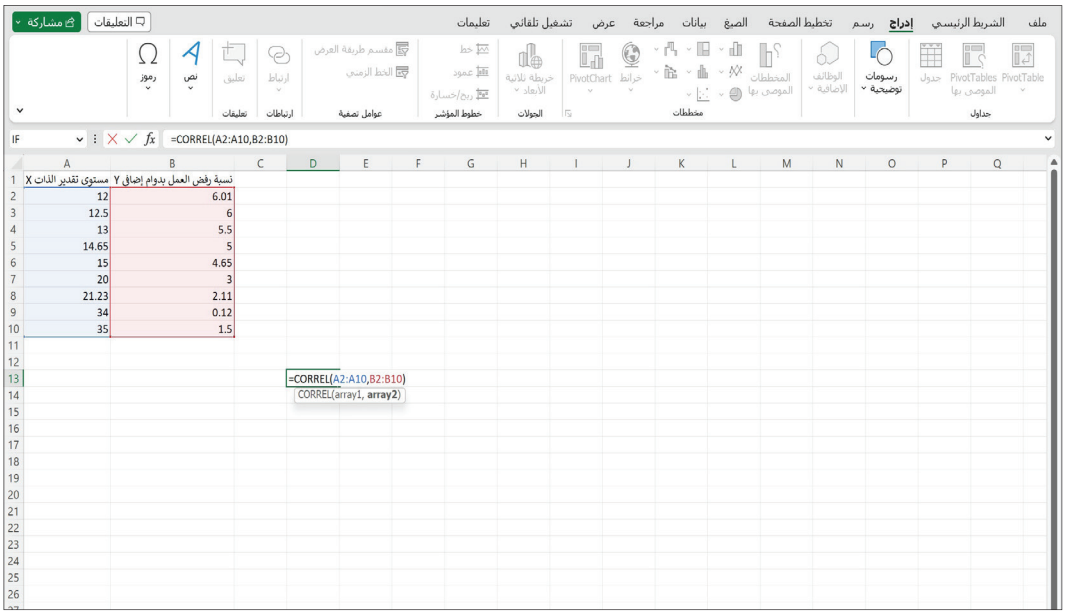


بالضغط على array1 ثم حدد العمود A كاملًا.

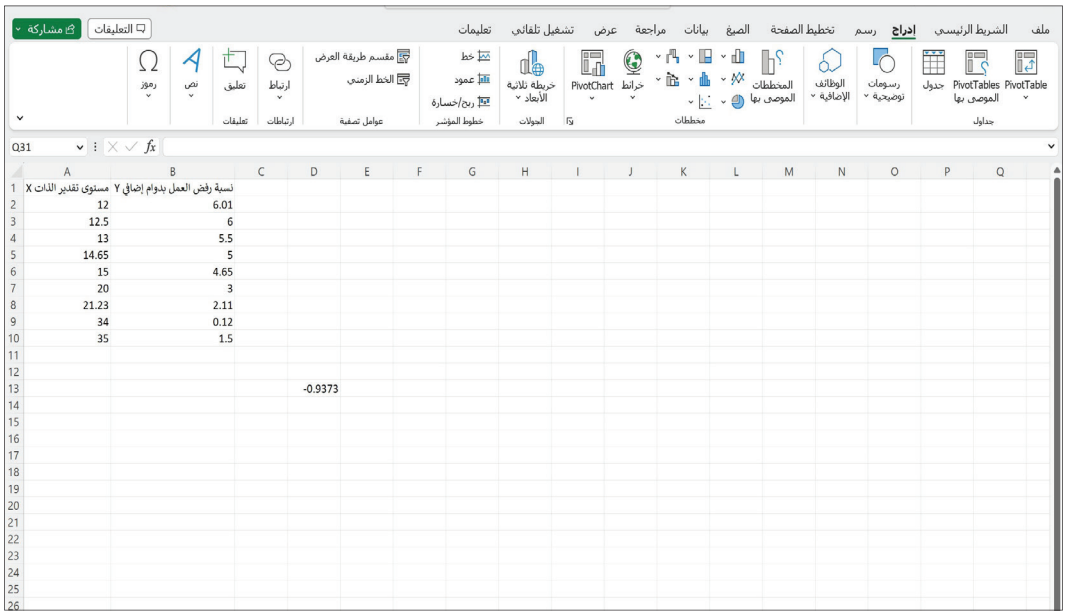
ضع فاصلة، ثم اضغط على array2 وحدد العمود B كاملًا.

لاحظ:

في بعض الإعــدادات والإصــدارات من Excel، توضع فاصلة منقوطة بدلًا من فاصلة.



اضغط على زر إدخال فتظهر نتيجة الارتباط كما في الشكل أدناه:

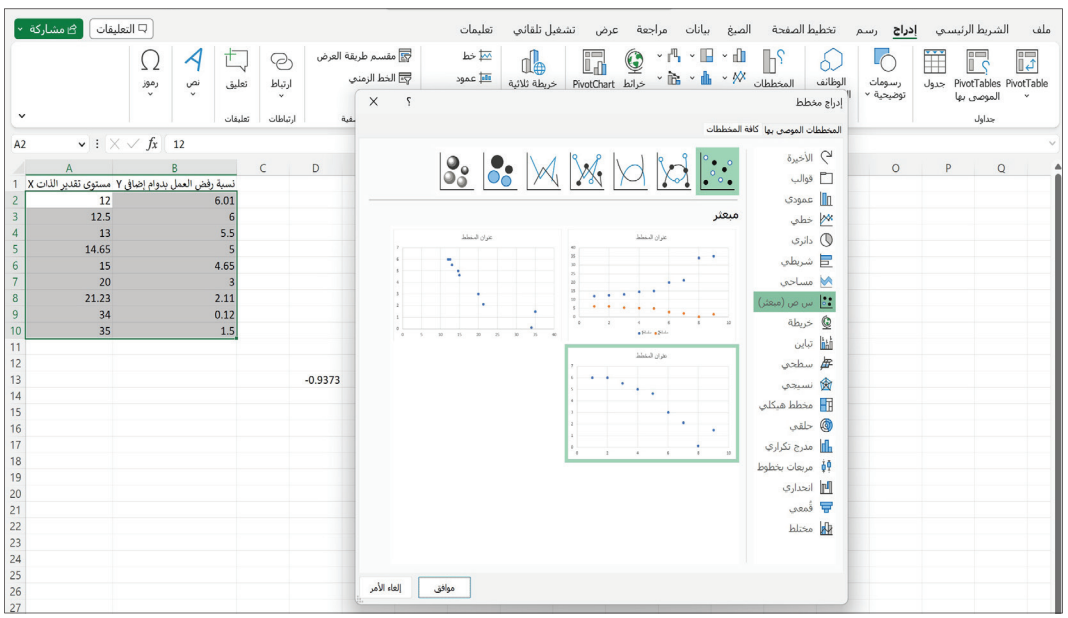


	A	B	C	D
1	مستوى تقدير الذات X	نسبة رفض العمل بدوام إضافي Y		
2	12	6.01		
3	12.5	6		
4	13	5.5		
5	14.65	5		
6	15	4.65		
7	20	3		
8	21.23	2.11		
9	34	0.12		
10	35	1.5		
13				-0.9373

النتيجة: معامل الارتباط يســاوي 0.9- وهذا يعني أنه يوجد ارتباط عكسي قوي بين المتغيرين؛ أي أنه كلما زاد مستوى تقدير الذات لدى الموظف قلت نسبة رفضه العمل بدوام إضافي.

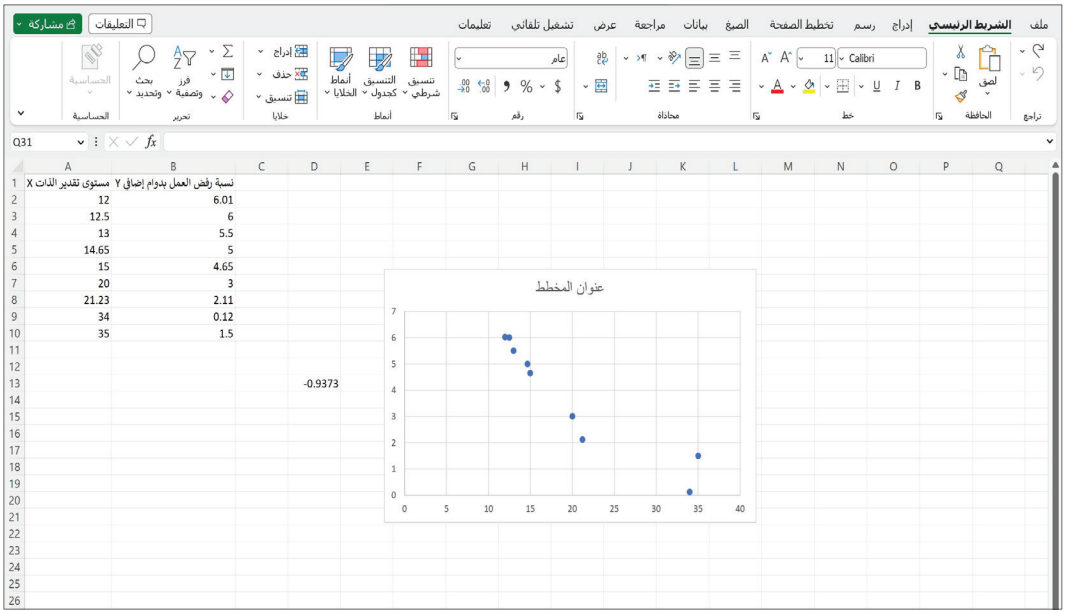
- **ثانيًا: رسم شكل الانتشار:**

لرســم شكل الانتشــار حدد البيانات في العمودين، بعد ذلك انقر فوق علامة التبويب إدراج على الشريط وحدد موقع قسم المخططات. اختر مبعثر، كما هو موضح في الشكل الآتي:

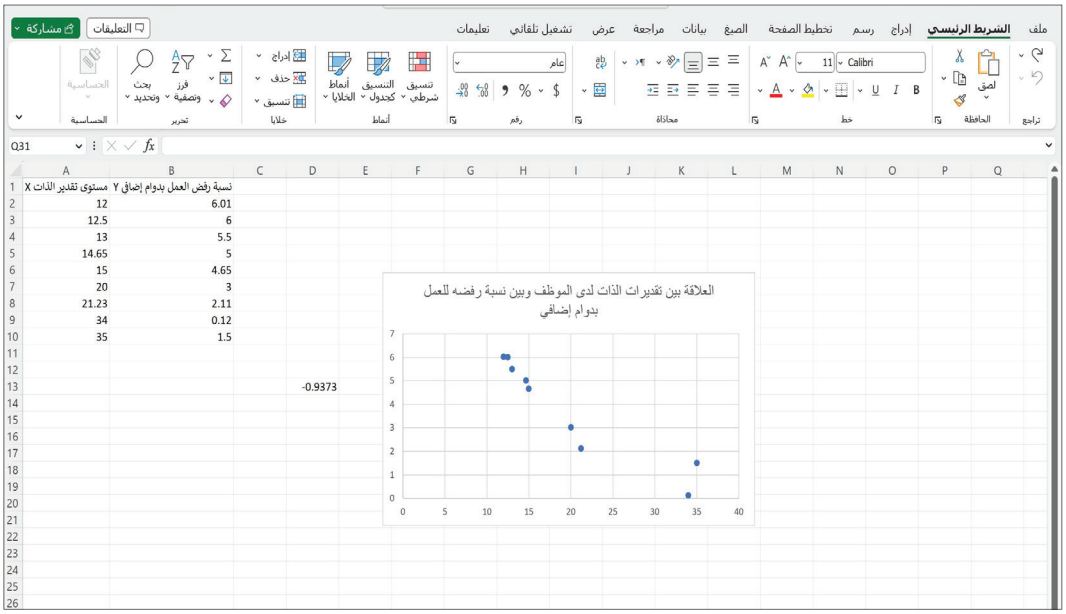


وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

فيظهر شكل الانتشار للبيانات كما يأتي:



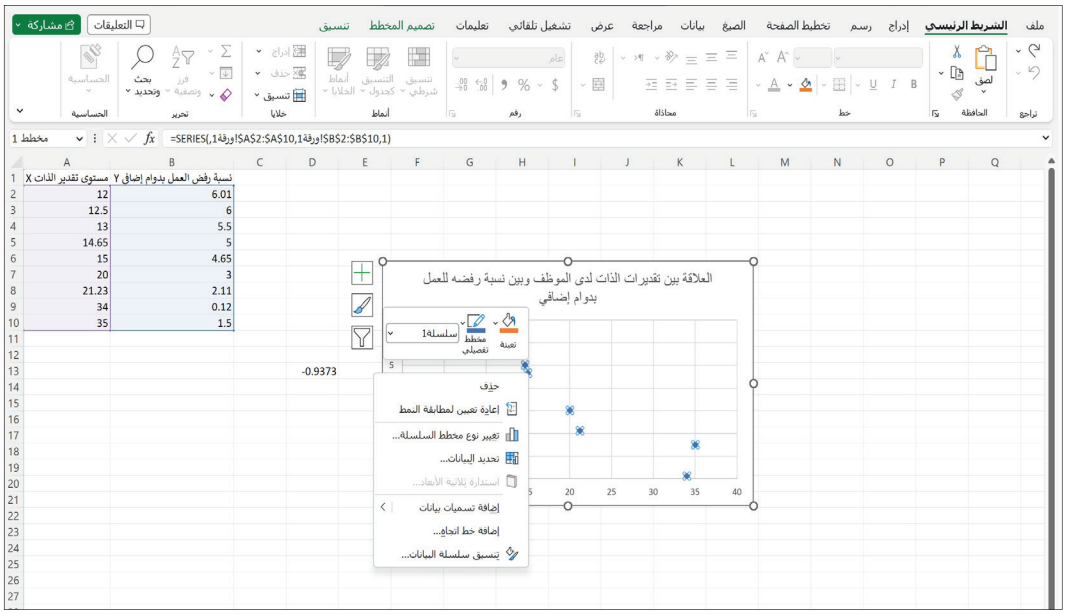
وبالضغط على عنوان المخطط يمكن كتابة عنوان المخطط حسب مسمى التمثيل:



- **ثالثًا: رسم خط الانحدار البسيط:**

ابدأ بالنقر مرة واحدة على أي نقطة بيانات في مخطط الانتشار، ثم اضغط مرة واحدة على زر الفأرة الأيمن، فتظهر لك قائمة كما في الشكل أدناه:

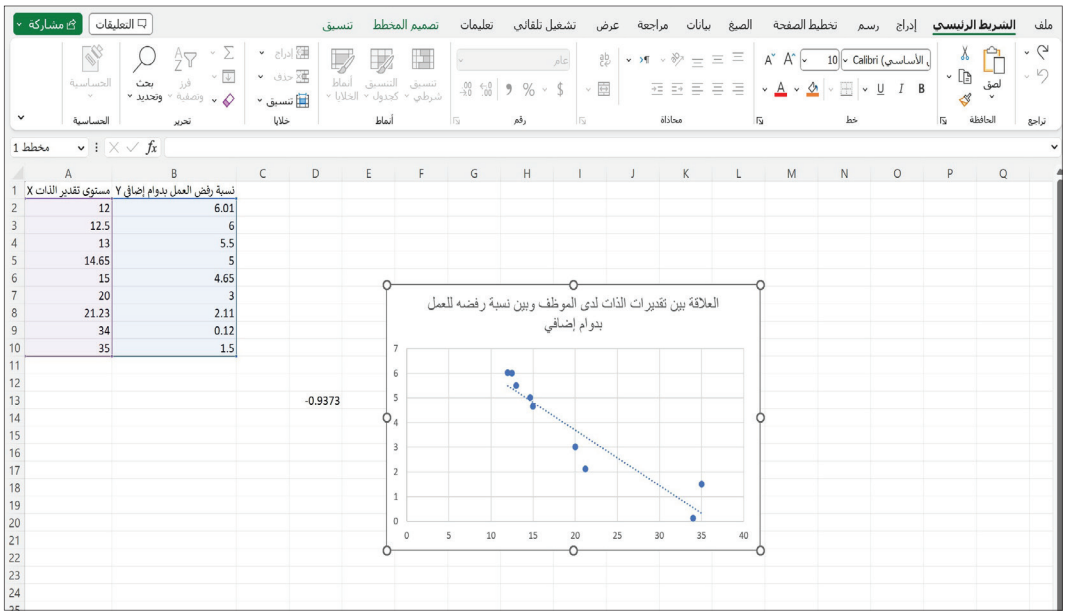
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



مستوى تقدير الذات X	نسبة رفض العمل بدوام إضافي Y
12	6.01
12.5	6
13	5.5
14.65	5
15	4.65
20	3
21.23	2.11
34	0.12
35	1.5

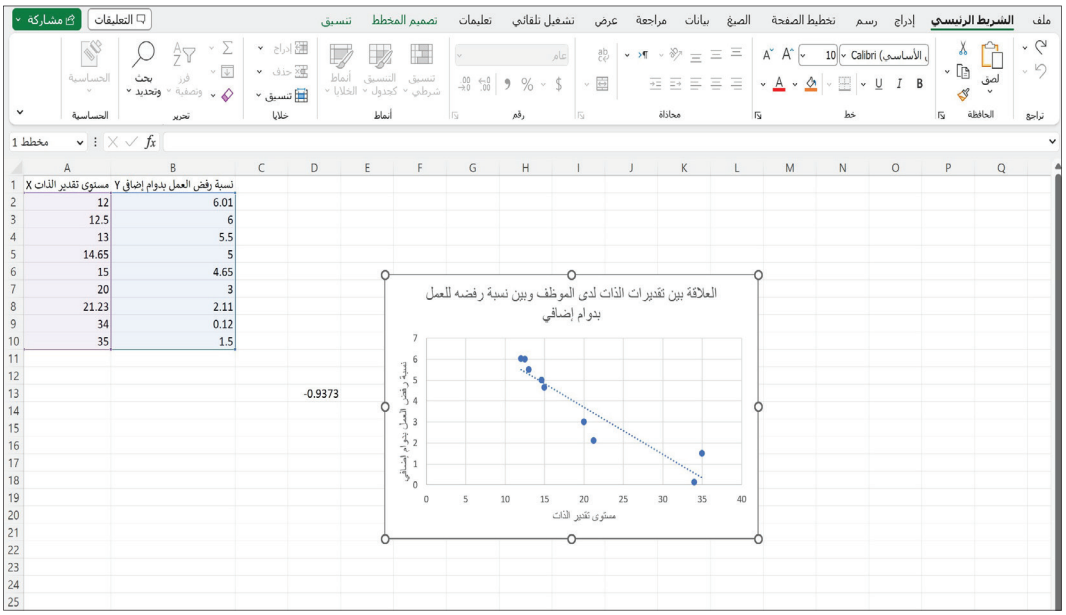
-0.9373

اختر إضافة خط اتجاه من القائمة، فتحصل على خط الانحدار كما هو موضح في الشكل الآتي:



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

لاحظ أنه عند النقر على إشارة (+) في أعلى يسار الرسم تظهر قائمة مقترحة بإضافات مهمة للتمثيل البياني؛ مثل: كتابة عناوين للمحاور، وإضافة تنسيقات أخرى.



تمارين:

1: توضح البيانات أدناه حجم الإنتاج X وحجم الصادرات Y للنفط الخام، في إحدى الدول (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يأتي:

حجم الإنتاج X	3	4	2	2	2	2
حجم الصادرات Y	2	2	2	2	1	1

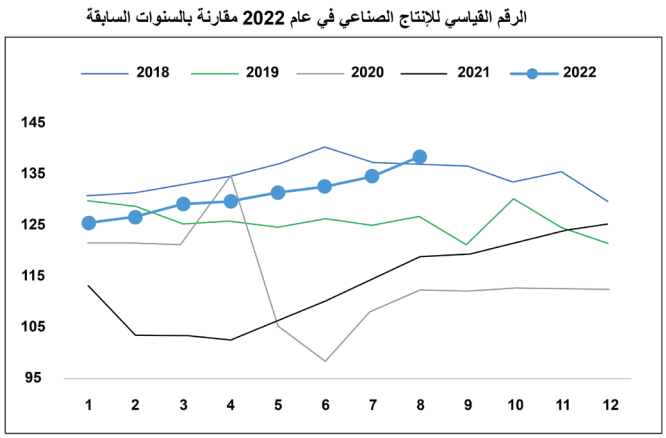
احسب معامل الارتباط بين المتغيرين، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، وفسّر إجابتك.

2: توضح البيانات الآتية إجابات عينة من سبعة أشخاص؛ عن سؤالين الأول حول برامج الضمان الاجتماعي، والثاني عن مدى ملاءمتها لاحتياجات المستفيدين:

السؤال الأول X	جيدة	مقبولة	ممتازة	جيدة	جيدة جدًا	مقبولة	جيدة
السؤال الثاني Y	جيدة جدًا	مقبولة	جيدة جدًا	جيدة	جيدة	جيدة	ممتازة

احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب. فسّر إجابتك.

3: يعــرض التمثيل البياني المجــاور مقارنة بين كمية الإنتاج الصناعي في المملكة العربية السعودية خلال عدد من السنوات:



المصدر: الهيئة العامة للاحصاء

a. بدون إجراء حسابات؛ حدد قوة واتجاه العلاقة للإنتاج الصناعي خلال الفترات:

- عام 2022م.
- الأشهر الثلاثة الأولى من العام 2020م.
- عام 2019م.
- الربع الثاني من عام 2020م.

b. قدم وصفًا للإنتاج الصناعي للمملكة خلال العام 2021م على أساس رُبع سنوي.

4: يريد مدير شركة معرفة ما إذا كانت هناك علاقة خطية بين عدد سنوات الخدمة للموظفين X ومساهماتهم في الأنشطة السنوية المجتمعية التابعة للشركة (بآلاف الريالات) Y. ويوضح الجدول الآتي بيانات هذه الدراسة:

X	1	10	5	15	3	24	30
Y	12	8	14	5	9	3	2

a. احسب معامل الارتباط الخطي، وهل توجد علاقة بين المتغيرين؟

b. باعتقادك؛ لماذا ظهرت هذه النتيجة؟ وضح إجابتك.

5: توضح البيانات الآتية المساحة بالمتر المربع X، وأسعار المنزل بآلاف الريالات Y؛ لسبعة منازل في أحد أحياء مدينة الرياض:

المساحة X	1924	1592	2413	2332	1552	1312	1278
السعر Y	1740.9	1360.9	2750	2190.9	1200	990.9	1450

باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية:

a. احسب معامل الارتباط.

b. ارسم شكل الانتشار.

c. ارسم خط الانحدار.

d. اكتب تقريرًا عن النتيجة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



مشروع (1):

ينسب الفضل لكل من كارل بيرسون وتشارلز سبيرمان في وضع صيغ إحصائية لحساب معامل الارتباط، قم ببحث عن سيرة أحد هذين العالمين وأهم إنجازاته العلمية، ثم اعرض مثالًا من واقع الحياة على تطبيق لمعامل ارتباط خاص بالعالم الذي بحثتَ عنه.

مشروع (2):

البحوث الارتباطية هي بحوث تركز على إيجاد علاقات بين المتغيرات، وكثيرًا ما تستعمل معاملات الارتباط وشكل الانتشار وخط الانحدار في إيجاد النتائج والتوصل للتفسيرات، المطلوب:

a. ابحث في مجلة علمية محكمة في مسارك التخصصي عن بحوث ارتباطية، ثم اعرض طريقة الباحث في إيجاد العلاقات؛ وكيف تمكّن من التوصل للنتائج.

b. هل هناك معاملات ارتباط أخرى استعملها الباحث غير تلك التي درستها؟ سمها، واكتب صيغتها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الفصل الرابع

نظرية الاحتمالات
Probability Theory



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المتغيرات العشوائية
Random Variables

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة، وأميّزها، وأوجد قيمها في تجارب عشوائية.



◂ **ما** الرقم الذي يمكن أن يظهر على الوجه العلوي لحجر نرد عند رميه؟

في تجربة رمي حجر النرد يظهر على الوجه العلوي رقم من مجموعة الأرقام {1, 2, 3, 4, 5, 6}. تعد هذه التجربة تجربةً عشوائية، وتمثل تلك الأرقام قيم المتغير العشوائي.

◂ **ما** التجربة العشوائية؟

التجربة العشوائية (Random Experiments):

أي عملية يتم من خلالها الحصول على نتائج سواء كانت أرقامًا أم قياسات أم استجابات، بحيث تكون النتائج الممكنة لهذه العملية معلومة مسبقًا، ولا يمكن تحديد أيّها سيتحقق فعلًا قبل إجراء التجربة.

المتغير العشوائي (Random Variable):

هو متغير في تجربة أو حدث معين، يأخذ مجموعة من القيم لكل منها احتمال محدد.

وقد يكون المتغير العشوائي كميًّا أو نوعيًّا، مثلًا: عدد خريجي كلية العلوم متغير كمي، ومن سيفوز في سباق الجري متغير نوعي. ومن الممكن دائمًا التعبير عن البيانات النوعية باستخدام البيانات الكمية؛ عن طريق تخصيص رقم لكل قيمة نوعية وفقًا لنظام محدد مسبقًا. على سبيل المثال: يتم تسجيل الرقم (1) إذا فاز أحمد بالسباق والرقم (0) إذا لم يفز أحمد بالسباق.

إذا كان عدد الخريجين يرمز له بالرمز X وكانت نتيجة أحمد في سباق الجري يرمز لها بـ Y، فإنه في نهاية كل سنة يمكن الحصول على قيمة للمتغير X، وفي ختام كل سباق يشارك فيه أحمد، يمكن الحصول على قيمة للمتغير Y.

من الطبيعي أن يقال عن متغير مثل X أو Y إنه متغير عشوائي؛ لأن القيم التي يتخذها مرتبطة بتجارب عشوائية.

تسمى مجموعة جميع النتائج الممكنة لتجربة عشوائية فضاء العينة ويرمز لها بالرمز S.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الحادثة (Event): مجموعة جزئية من فضاء العينة، وقد تساويه.

مثل: فضاء العينة في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

وتتضمن هذه التجربة عددًا من الحوادث مثل: $\{6\}, \{5\}, \{4\}, \{3\}, \{2\}, \{1\}$

كمـا أن ظهور عدد زوجـي= $\{2, 4, 6\}$ يمثل حادثة أيضًا، وحيث إن عدد النتائـج الممكنة لهذه الحادثة هو ثلاث نتائج، فإن هذا يعني أن المتغير العشوائي $X = 3$

مثال 1

في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، عيّن الحادثة A التي تمثل ظهور عدد أكبر من أو يساوي 2، وحدد عدد نتائجها.

الحل:

الحادثة A هي $\{2, 3, 4, 5, 6\}$، وعدد نتائجها $= 5$.

مثال 2

اكتب فضاء العينة لتجربة رمي قطعة نقود مرة واحدة.

الحل:

نفرض أن H يعني ظهور الصورة و T يعني ظهور الكتابة فيكون:

فضاء العينة لرمي قطعة نقود مرة واحدة: $S = \{H, T\}$

في تجربة رمي قطعة النقود مرة واحدة، تسمى المجموعات $\{H\}, \{T\}$ وكذلك $\{H, T\}$ حوادثًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 1

1. في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، عيّن الحادثة B التي تمثل ظهور عدد أصغر من أو يساوي 4، وحدد عدد نتائجها.
2. في التجربة السابقة؛ هل يُعدّ ظهور الأعداد الأكبر من 7 حادثة؟ فسّر إجابتك.

تنقسم المتغيرات العشوائية إلى نوعين:

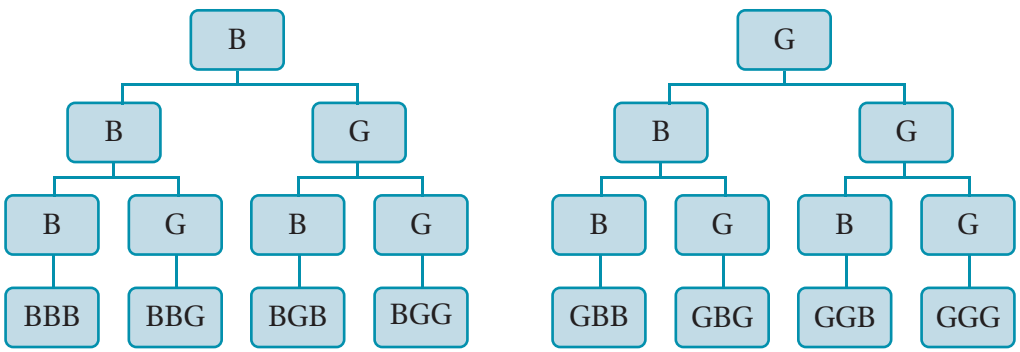
المتغير العشوائي المنفصل (Discrete Random Variable):

هو المتغير الذي يأخذ قيمًا تنتمي إلى مجموعة منتهية، أو غير منتهية، ولكنها قابلة للعد؛ أي أنه يأخذ قيمًا منفصلة عن بعضها.

مثلًا: أسرة لديها ثلاثة أبناء، وليكن X المتغير العشوائي الذي يدل على عدد الذكور في هذه الأسرة.

وحتى نتمكن من إيجاد قيم المتغير العشوائي X، نوجد أولًا فضاء العينة لحادثة وجود ثلاثة أبناء في الأسرة.

نفرض أن G يرمز للذكور، و B يرمز للإناث؛ فتكون مجموعة النتائج الممكنة لفضاء العينة ممثله في الرسم الشجري الآتي:



$S = \{GGG, GGB, GBG, GBB, BGG, BGB, BBG, BBB\}$

وبالعودة للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الذكور في الأسرة، فإن:

$X(GGG)=3,\ X(GGB)=2,\ X(GBG)=2,\ X(GBB)=1,\ X(BGG)=2,\ X(BGB)=1,\ X(BBG)=1,\ X(BBB)=0$

من الواضح أن القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير X هي : 0, 1, 2, 3

يلاحظ أن هذا المتغير X يأخذ قيمًا منتهية وقابلة للعد. فهو متغير عشوائي منفصل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المتغير العشوائي المتصل (Continuous Random Variable):

يأخــذ قيمًا تنتمي إلــى مجموعة غير منتهية وغير قابلة للعد؛ بمعنى أن المتغيــر يأخذ جميع القيم التي تقع في نطاق تغيُّره.

مثلاً: تجربة اختيار نقطة من دائرة مركزها نقطة الأصل $(0, 0)$ ونصف قطرها r.

وليكن X المتغير الذي يدل على المسافة بين النقطة المختارة ومركز الدائرة.

فتكون مجموعة القيم الممكنة التي يمكن أن يأخذها المتغير X هي:

$\{X: 0 \leq X \leq r\}$ وهي مجموعة غير منتهية وغير قابلة للعد.

تفكير ناقد

أوجــد نوع المتغير في تجربة اختيار نقطة على دائرة مركزها نقطة الأصل $(0, 0)$. ونصف قطرها r، حيث يشير X إلى المسافة بين النقطة المختارة ومركز الدائرة.

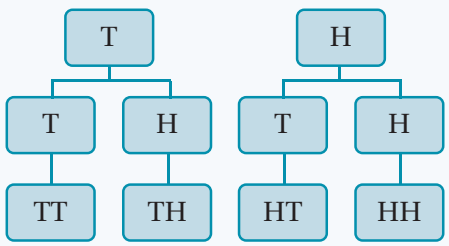
مثال 3



فــي تجربة رمي قطعة نقــود مرتين على التوالي، لنفتــرض أن المتغير العشــوائي X هو عدد مرات ظهور الصــورة H في الرميتين، ما قيم المتغير العشوائي X؟ حدد ما إذا كان X منفصلًا أو متصلًا.

الحل:

في تجربة رمي قطعة النقود مرتين، تكون مجموعة النتائج الممكنة لفضاء العينة ممثلة في الرسم الشجري الآتي:



يكون فضاء العينة كالآتي:

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة في الرميتين، وبالتالي:

الناتج HH يعطي قيمة للمتغير العشوائي X =2.

الناتج HT يعطي قيمة للمتغير العشوائي X =1.

الناتج TH يعطي قيمة للمتغير العشوائي X =1.

الناتج TT يعطي قيمة للمتغير العشوائي X =0.

من الواضح أن القيم التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير هي 0, 1, 2.

يلاحظ أن المتغير يأخذ قيمًا منتهية وقابلة للعد. فهو متغير عشوائي منفصل.



مثال 4

إذا كان المتغير العشوائي X يمثل أوزان الطلاب في مدرستك، فهل X متغير منفصل أم متصل؟

الحل:

يمكن أن تتراوح أوزان الطلاب في المدرسة بين 40 كيلوجرام إلى 90 كيلوجرام.

من الواضح أن هناك أعدادًا غير منتهية وغير قابلة للعد من القيم الممكنة التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير العشوائي، إذن X متغير عشوائي متصل.



تحقق من فهمك 2

1. هل الجملة صحيحة أم غير صحيحة فيما يأتي؟

   a. المتغير الذي يمثل أسعار الأسهم في البورصات العالمية، يعد متغيرًا عشوائيًا منفصلًا.

   b. المتغير الذي يمثل عدد المصابين بمرض السكري في المملكة العربية السعودية، يعد متغيرًا عشوائيًا متصلًا.

2. أعطِ أمثلة لمتغيرات عشوائية منفصلة، وأخرى متصلة، ثم قدّم مقترحات حول استعمالات كل منها في مسارك التخصصي.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الاحتمالات
Probability

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في الاحتمال.
- أحسب الاحتمال في التجارب العشوائية.

لماذا نحتاج الاحتمالات في حياتنا اليومية؟



تعد الاحتمالات من العلوم المستخدمة في الحياة اليومية على نطاق واسع، حيث نتعرض للعديد من المواقف المحيّرة، والعديد من الخيارات التي نريد تحديد الخيار الأفضل منها، فعلى سبيل المثال؛ لو أرادت وزارة التعليم إنشاء عدد من المدارس في إحدى المدن، فلابد أن تأخذ في الاعتبار إمكانية استيعاب الزيادة في عدد الطلاب وعدد المعلمين.

يُعتمد في عملية اتخاذ القرارات إلى حدٍ كبير، سواءً كانت قرارات فردية أم جماعية على الاحتمالات للظواهر التي من المتوقع حدوثها أو عدم حدوثها؛ ومن هنا يجدر بالذكر أن النظريات والطرق الإحصائية مرتبطة ارتباطًا قويًا بالاحتمالات، لذا نجد علم الاحتمالات متداخلًا بشكلٍ كبير مع علم الإحصاء؛ فمثلًا يعتمد التنبؤ بالأحوال الجوية وباحتمال حدوثها على معلومات إحصائية سابقة عن الطقس وتتبع الجو لفترة زمنية ما.





يعد علم الاحتمالات أحد فروع الرياضيات التطبيقية؛ الذي يهتم بدراسة فرصة حدوث ظاهرة معينة، على سبيل المثال: عند إلقاء قطعة نقود معدنية يظهر لنا أحد الحدثين: صورة أو كتابة، ولكن لا يمكن التأكيد ما هو الحدث الذي سيظهر منهما، فهنا يمكن القول بأن هناك فرصة لظهور الصورة بنسبة 50% أو أن فرصة ظهور الكتابة أيضًا 50%. من هذا المثال يمكن التمييز بين لفظي "مؤكد" و"فرصة" فالأول يدل على شيء نعلم كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه، بينما الثاني يدل على شيء لا نعلم تمامًا كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه.

لاحظ:

إن لفظ (فرصة) يحمل المعنى نفسه للفظ (احتمال)، إلا أن (احتمال) هي الكلمة الأكثر شيوعًا في حياتنا اليومية والتي نستخدمها دائمًا عندما نعبّر عن أي شيء من المتوقع حدوثه.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

إثـــراء **تاريخ علم الاحتمالات**

تاريخ نشوء علم الاحتمالات قديم منذ قدم البشرية، حيث ظهرت إشارات دالة على ذلك لدى اليونانيين والرومـــان، كما قدم المســلمون إســهامات مميــزة في ذلك، ثم تلاحقــت أعمال العالم باســكال Pascal، وتبعــه جيمس برنولي James Bernoulli بنظريته الشــهيرة. وقد قدمت التقنية خدمات جليلة لتطوير هذا العلم؛ من حيث توفير الوقت والجهد لإجراء حسابات الاحتمال المعقدة والدقيقة.

سبق دراسة التجربة العشوائية، التي وصفت بأنها: أي عملية يتم من خلالها الحصول على نتائج سواء كانت أرقامًا أم قياساتٍ أم استجاباتٍ. بحيث إن النتائج الممكنة لهذه العملية معلومة مسبقًا. وتسمى مجموعة جميع النتائج الممكنة لتجربة عشوائية فضاء العينة ويرمز لها بالرمز S . والآن ستحسب احتمال كل نتيجة (حادثة) في هذه التجربة.

الاحتمال (Probability):

هو قياس إمكانية ظهور حادثة ما في تجربة عشــوائية. ويرمز له عادةً بالرمز P(A)، حيث يقاس احتمال ظهورها باستخدام الصيغة الآتية:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{عدد عناصر الحادثة A}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة S}}$$

مسلمات الاحتمال (Probability Axioms):

- تــتراوح قيمة الاحتــمال لأي حادثة بين الصفر والواحد ويُعــبر عن ذلك بـ: $0 \le P(A) \le 1$، حيث يشير الصفر إلى حادثة مستحيلة ويشير الواحد إلى حادثة مؤكدة.
- كلما زادت قيمة احتمال الحادثة، زاد احتمال وقوع تلك الحادثة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 1

في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، احسب احتمال ظهور الحوادث الآتية:

a. ظهور عدد فردي.

b. ظهور عدد يقبل القسمة على 2.

c. ظهور عدد أقل من ستة.

d. ظهور العدد ستة.

e. ظهور العدد سبعة.

f. ظهور عدد أقل من سبعة.

الحل:

بما أن عدد عناصر فضاء العينة هو: $n(S) = 6$ فإن احتمالات ظهور الحوادث هي:

الفقرة	الحادثة	عدد العناصر	الاحتمال
a	$A = \{1, 3, 5\}$	$n(A) = 3$	$P(A) = n(A)/n(S) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
b	$B = \{2, 4, 6\}$	$n(B) = 3$	$P(B) = n(B)/n(S) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
c	$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	$n(C) = 5$	$P(C) = n(C)/n(S) = 5/6 \approx 0.83$
d	$D = \{6\}$	$n(D) = 1$	$P(D) = n(D)/n(S) = 1/6 \approx 0.2$
e	$E = \{\} = \varnothing$	$n(E) = 0$	$P(E) = n(E)/n(S) = 0/6 = 0$
f	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	$n(S) = 6$	$P(S) = n(S)/n(S) = 6/6 = 1$

تحقق من فهمك 1

في تجربة رمي حجر النرد مرتين وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في الرميتين؛ أوجد احتمال ظهور عددين زوجيين.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

نظرية بيز Bayes's Theorem:

تعـدّ نظريــة بيز مــن أشــهر النظريات فــي علم الاحتمــال، وتبنى عليها العديد من العمليات الإحصائية. حيث تهتــم نظرية بيز بحســاب احتمــال وقوع حدث اســتنادًا إلى معرفة الأسباب والظروف المؤدية لوقوعه. فعلى ســبيل المثال عندما نعلم أن من أســباب ســقوط الطائــرات وجود خلل في المحرك، فإن حســاب احتمال ســقوط طائرة بعينها يصبح أكثر دقة إذا حسبنا احتمال أن يكون خلل المحرك هو المتسبب في سقوطها.



توماس جوشــوا بيز عالــم رياضيات وإحصائي وفيلسوف ووزير إنجليزي. مــن أشــهر أعمالــه نظريــة بيز في الاحتمالات. ولم ينشــر بيــز نظريته وإنما عدلت ونشــرت بعد وفاته، وقد نتج عنها ما يُعرف بالاستدلال البيزي الذي يعد أحد أسس بناء خوارزميات الذكاء الاصطناعي وعلم الآلة.

لابد من التعرف على قانون الاحتمال الكلي قبل دراســة قانون بيز؛ الذي يُعنى بحســاب وقوع الحادثة دون النظر إلى مسبباتها.

لتكن $A_1, A_2, \ldots, A_n$ حوادث اتحادها يشــكل المجموعة الشــاملة، ومتنافية مثنى مثنــى (متنافية تبادليًا؛ يعني لا يوجد تقاطع بين أي اثنتين منها) ومعرفة على فضاء العينة S، أي أن:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = S$$

إذا كانت الحادثة B هي أي حادثة معرفة على فضاء العينة S نفسه، فإن:

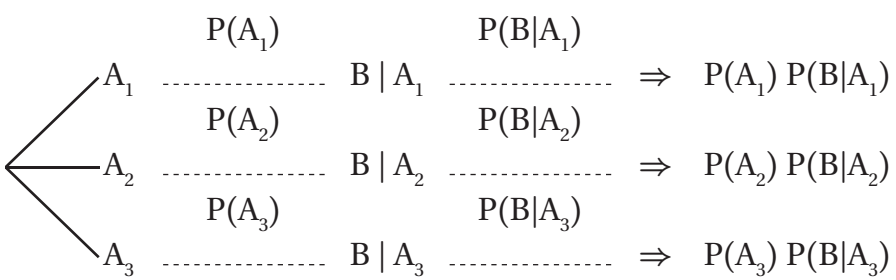
أولًا: قانون الاحتمال الكلي (Law of Total Probability):

$$P(B) = P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2) + \ldots + P(A_n)\,P(B|A_n)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(B|A_k)$$

ويمكن عرض قانون الاحتمال الكلي بواسطة الرسم الشجري الآتي (للحالة n=3 على سبيل المثال):

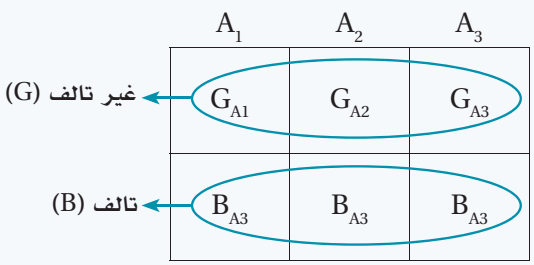
وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



$$\text{المجموع} = P(B) = \sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(B|A_k)$$

مثال 2

يتـم إنتـاج المصابيـح الكهربائية في أحـد المصانع بواسـطة ثلاث آلات، حيث تنتج الآلـة الأولى 20% وتنتج الآلـة الثانيـة 30% وتنتج الآلة الثالثـة 50%، من الإنتاج الكلي للمصنع، ومعلوم مسبقًا أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الأولى 1% ونسـبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 4% ونسبة الإنتاج التالـف للآلة الثالثـة 7%. إذا كانت التجربة هي اختيار مصباح واحد من إنتاج هذا المصنع بشكل عشوائي؛ فما احتمال أن يكون هذا المصباح تالفًا؟



(A_i) تعني إنتاج الآلة i

(B_{Ai}) تعني الإنتاج التالف من الآلة i

(G_{Ai}) تعني الإنتاج غير التالف من الآلة i

الحل:

نعرّف الحوادث الآتية:

الحادثة B وتعني إنتاج المصباح التالف.

الحادثة A_1 وتعني إنتاج الآلة الأولى للمصابيح.

الحادثة A_2 وتعني إنتاج الآلة الثانية للمصابيح.

الحادثة A_3 وتعني إنتاج الآلة الثالثة للمصابيح.

ويكون حساب الاحتمال لكل حادثة كما يأتي:

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

$$P(A_1) = \frac{20}{100} = 0.2; \qquad P(B|A_1) = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$P(A_2) = \frac{30}{100} = 0.3; \qquad P(B|A_2) = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$P(A_3) = \frac{50}{100} = 0.5; \qquad P(B|A_3) = \frac{7}{100} = 0.07$$

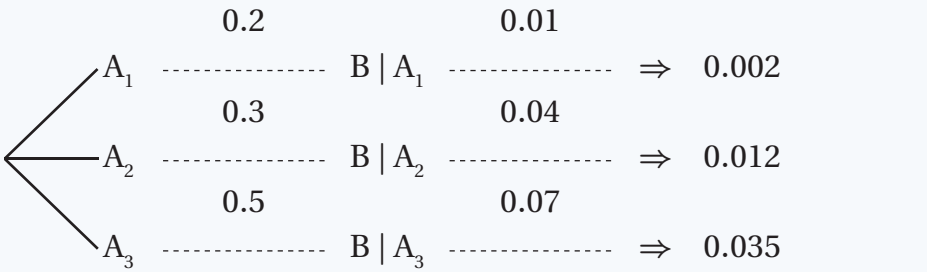
المطلوب إيجاد احتمال أن يكون المصباح تالفًا، أي $P(B)$

$$P(B) = \sum_{k=1}^{3} P(A_k)\, P(B|A_k)$$

$$= P(A_1)\, P(B|A_1) + P(A_2)\, P(B|A_2) + P(A_3)\, P(B|A_3)$$

$$= 0.2 \times 0.0\,1 + 0.3 \times 0.04 + 0.5 \times 0.07 = 0.049$$

عرض الحل بالرسم الشجري:



المجموع $= P(B) =$ 0.049

تفكير ناقد

ذكــر في قانون الاحتمال الكلي الشــرط "الحوادث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ حوادث شــاملة ومتنافية مثنى مثنى". ما أهمية هذا الشرط في تطبيق القانون؟ أعطِ أمثلة.

تحقق من فهمك 2

1. في مثال (2) السابق؛ ما احتمال أن يكون المصباح غير تالف؟
2. يتم إنتاج قمصان رياضية في أحد المصانع بواسطة أربع آلات، حيث تنتج الآلة الأولى 20% وتنتج الآلة الثانية 30% وتنتج الآلة الثالثة 35% وتنتج الآلة الرابعة 15%، من الإنتاج الكلي للمصنع، ومعلوم مسبقًا أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الأولى 2% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 6% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثالثة 9% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الرابعة 5%؛ إذا كانت التجربة هي اختيار قميص واحد من إنتاج هذا المصنع بشكل عشوائي؛ فما احتمال أن يكون هذا القميص تالفًا؟

ثانيًا: قانون بيز:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)\,P(B|A_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(B|A_k)} = \frac{P(A_i)\,P(B|A_i)}{P(B)}; i = 1, 2, \ldots, n$$

مثال 3

بالرجوع إلى مثال (2) وبفرض أن المصباح الذي تم اختياره تالف، فما احتمال:

a. أن يكون أنتج بواسطة الآلة الأولى؟

b. أن يكون أنتج بواسطة الآلة الثانية؟

الحل:

من حل المثال (1):

$$P(B) = 0.49$$

$$P(A_1)\,P(B|A_1) = 0.002$$

$$P(A_2)\,P(B|A_2) = 0.012$$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

a.

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)\,P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0.002}{0.049} \approx 0.04$$

b.

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)\,P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0.012}{0.049} \approx 0.245$$

نستنتج أنَّ الاحتمال الأكبر أنْ يكون المصباح التالف من إنتاج الآلة الثانية.



تحقق من فهمك 3

1. **بالرجوع إلى مثال (2) وبفرض أن المصباح الذي تم اختياره تالف، فما احتمال أن يكون أنتج بواسطة الآلة الثالثة؟ قارن النتيجة التي توصلت إليها بالنتيجة في المثال (2).**
2. **قرّر أي آلة سيكون احتمال إنتاجها للمصباح التالف الأكبر؟ وأي آلة سيكون احتمال إنتاجها للمصباح التالف الأقل؟**

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة
Discrete Probability Distribution

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرف التوزيعات الاحتمالية المنفصلة (توزيع ذي الحدين، توزيع بواسون)، وأوجدها، وأفسّرها لاتخاذ القرارات المناسبة.
- أحسب الاحتمالات باستخدام توزيع ذي الحدين، وتوزيع بواسون.

فكّر سبق وأن درست مفهوم المتغير العشوائي، وأنواعه المتصلة والمنفصلة، وكيفية إيجادها وحساب قيمها من خلال تجربة عشوائية بسيطة. ولكن التجارب العشوائية في الواقع يصعب فيها إيجاد قيم المتغيرات العشوائية وحساب احتمالها، فكيف يمكن ذلك؟



يمكن ذلك من خلال التوزيعات الاحتمالية التي لها تطبيقات متنوعة، منها على سبيل المثال في التعليم: حساب درجات الطلاب، وعدد الأسئلة، وتصنيف مستويات الأداء، والكشف عن الموهوبين، والتنبؤ بالتوجهات والميول العلمية للطلاب وغيرها.

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (Probability Distribution for a Random Variable):

هو دالة توضح احتمالات قيم المتغير العشوائي المختلفة، ويعبر عنها بجدول أو معادلة رياضية تبين قيم المتغير العشوائي والاحتمالات المقابلة لها.

ويلاحظ أن المتغير العشوائي المنفصل يحتوي على عدد معدود من النتائج المحتملة للتجربة، أما المتغير العشوائي المتصل فيحتوي على عدد غير معدود من تلك النتائج.

التوزيع الاحتمالي المنفصل

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل X الذي يأخذ القيم $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ، ولكل X قيمة احتمالية معينة يرمز لها بالرمز $P(X = x_1), P(X = x_2), \ldots, P(X = x_n)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

فيقال إن للمتغير العشـوائي المنفصل X توزيعًا احتماليًّا منفصلًا $P(X = x_i)$ إذا حقق هذا التوزيع الشروط الآتية:

1. $P(X = x_i) \geq 0$ لجميع قيم X $(i = 1, 2, ..., n)$.
2. $\sum P(X = x_i) = 1$ (بمعنى أن مجموع الاحتمالات يساوي واحد).

قراءة الرموز

- يقرأ الرمز $P(X=1) = 0.05$ احتمال المتغير العشوائي X عندما تكون قيمته 1 يساوي 0.05.

لاحظ:

- يمكن رسم التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل باستخدام المدرج أو الأعمدة التكرارية.
- يمكن التعامل مع البيانات النوعية بوصفها متغيرات عشوائية منفصلة.
- لا يمكن أن تكون قيمة الاحتمال سالبة أو أكبر من 1.

مثال 1

تحقق من صحة شـروط التوزيع الاحتمالي المنفصل فيما يأتي، وإذا تحققت شـروط التوزيع فاسـتخدم التمثيل المناسب لعرض البيانات:

a.

X	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.25	0.15	0.30	0.30

b.

X	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1

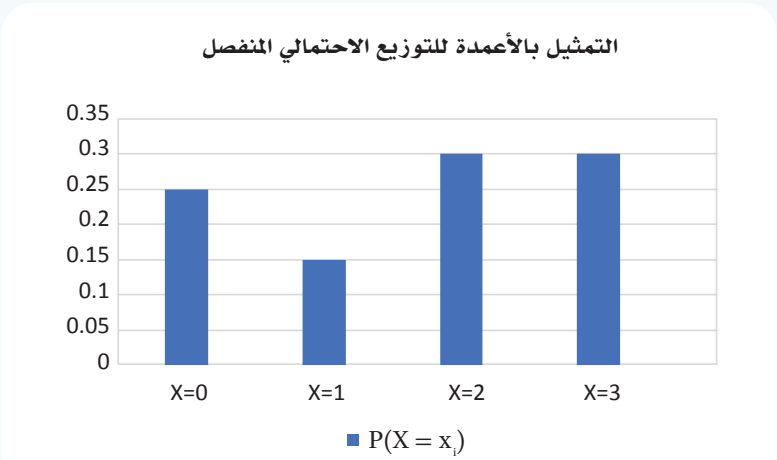
الحل:

a. الشرط الأول متحقق؛ حيث إن جميع نتائج الاحتمالات أكبر من صفر $(P(X=x_i)\geq 0)$ لجميع قيم X.

$$\sum P(X = x_i) = 0.25 + 0.15 + 0.3 + 0.3 = 1$$

الشرط الثاني أيضًا متحقق؛ حيث إن مجموع نتائج كل الاحتمالات يساوي 1، $(\sum P(X=x_i) = 1)$.

وبما أن الشرطين قد تحققا فيمكن القول بأن هذا التوزيع الاحتمالي هو توزيع احتمالي منفصل.



b. يلاحظ أن $P(X = 3)$، $P(X = 4)$ لا تقعان بين 0 و1؛ لذلك فإن هذا التوزيع ليس توزيعًا احتماليًّا، حيث إنه لا يمكن أن تكون نتيجة الاحتمال سالبة أو أكبر من 1، رغم أن مجموع كل الاحتمالات يساوي 1.

تحقق من فهمك 1

هل التوزيع الاحتمالي الوارد في الجدول الآتي توزيع احتمالي منفصل؟ إذا كان كذلك مثله بيانيًّا.

X	0	1	2
P(X = x)	0.35	0.15	0.05

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

وبالإضافة إلى التعبير عن التوزيع الاحتمالي باستخدام الجدول؛ يمكن أيضًا التعبير عنه باستخدام معادلة، كما في توزيع ذي الحدين وتوزيع بواسون.

توزيع ذي الحدين (Binomial Distribution):

إذا كان لدينا تجربة ما تتكرر n مرة (بفرصتين نجاح وفشل)، وكان احتمال ظهور حدث ما (X) وليكن (النجاح) هو p، واحتمال عدم ظهور هذا الحدث (الفشل) هو q، فإن احتمال ظهور الحدث (X) من بين التكرارات n، يتبع توزيع ذي الحدين الذي دالته الاحتمالية (وتسمى بدالة الكتلة الاحتمالية) تعطى بالمعادلة الآتية:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \quad ;X=0,1,2,\ldots,n$$

من خصائص توزيع ذي الحدين:

- المتوسط الحسابي $\mu=np$ والتباين $\sigma^2=npq$.
- $p+q=1$.

لاحظ:

$$\binom{n}{x}=\frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

$$n!=(n)(n-1)(n-2)\ldots(1)$$



تفكير ناقد

إذا كانت نسبة النجاح في تجربة 76% وكانت نسبة الفشل 21%، فهل تخضع هذه التجربة للتوزيع الاحتمالي ذي الحدين؟ فسّر إجابتك.



مثال 2

في تجربة رمي قطعة نقود معدنية 3 مرات، إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد مرات ظهور الصورة، فأوجد دالة توزيع ذي الحدين للتجربة، ثم احسب المتوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي X. واحسب احتمال ظهور صورتين.

الحل:

باستخدام دالة الكتلة الاحتمالية لتوزيع ذي الحدين:

$$P(X=i)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \quad ;X=0,1,2,\ldots,n$$



المتغير العشوائي X = عدد مرات ظهور الصورة $n = 3$ ، $p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$

$$P(X = x) = \binom{3}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} ; X = 0, 1, 2, 3$$

وعليه يكون المتوسط الحسابي:

$$\mu = np = 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

ويكون التباين:

$$\sigma^2 = npq = (3)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

ويكون احتمال ظهور صورتين ويعني X=2 ، يساوي:

$$P(X = 2) = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} = (3)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$$

لاحظ:

$0! = 1$

$$({}_nC_0 = \frac{\cancel{n!}}{(n-0)!\,0!} = \frac{1}{1} = 1)$$

${}_nC_0 = 1$

$$({}_nC_n = \frac{\cancel{n!}}{(n-n)!\,\cancel{n!}} = \frac{1}{1} = 1)$$

تحقق من فهمك 2

إذا كان 40% من طلاب إحدى المدارس لا يملكون سيارات، وأخذت عينة عشوائية حجمها 8 طلاب من هذه المدرسة. أوجد دالة التوزيع الاحتمالي والمتوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي X باستخدام دالة الاحتمال لتوزيع ذي الحدين؛ وأوجد احتمال ألا يمتلك 4 منهم سيارات.

توزيع بواسون (Poisson Distribution):

توزيع احتمالي منفصل يُستخدم في حالة الحوادث المستقلة، ويهتم بحساب الاحتمالات للحوادث النادرة، مثل: حرائق المدارس في إحدى المدن، الحوادث المرورية على طريق محدد، الأخطاء المطبعية في إحدى صفحات كتاب، ونحو ذلك، فإذا كانت (X) ترمز لعدد مرات ظهور حادثة نادرة فإن الدالة الاحتمالية لتوزيع بواسون تعطى بالمعادلة الآتية:



سيمون بواسون Poisson عالم فرنسي، كانت له جهود بارزة في علم الاحتمالات، أشهرها التوزيع المعروف باسمه «قانون توزيع بواسون»، ولهذا التوزيع تطبيقات مهمة في تحليل مسائل تتعلق بالنشاط الإشعاعي والكيمياء والفيزياء، كما أنه ذو أهمية كبيرة في التنظيمات الإدارية والمالية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{x}}{x!}\;;\; X = 0, 1, 2, \ldots$$

حيث أن $e \approx 2.7$ مقدار ثابت، و λ هي المتوسط الحسابي لتوزيع بواسون.

ومن أهم خصائص توزيع بواسون أن المتوسط الحسابي = التباين = λ.

مثال 3

إذا كان المتوسط الحسابي لعدد الأخطاء المطبعية في إحدى صفحات كتاب هو 3 أخطاء. فاحسب:

a. احتمال عدم حدوث أي خطأ.

b. احتمال حدوث خطأين.

الحل:

حيث إن المتوسط الحسابي للأخطاء المطبعية في إحدى صفحات الكتاب هو 3 أخطاء، فإن $\lambda = 3$.

ليكن X (الحدث): عدد الأخطاء المطبعية.

X متغير عشوائي منفصل يأخذ القيم .... 0, 1, 2, ويتبع توزيع بواسون الذي دالته الاحتمالية تعطى بالمعادلة

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-3}\,3^{x}}{x!}\;;\; X = 0, 1, 2, \ldots$$

a. احتمال عدم حدوث أي خطأ $X=0$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3}\,3^{0}}{0!} = 0.05$$

b. احتمال حدوث خطأين $X=2$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3}\,3^{2}}{2!} = \frac{0.05 \times 9}{2 \times 1} = 0.225$$

تحقق من فهمك 3

في مثال (3) السابق؛ احسب احتمال حدوث أربعة أخطاء.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

التوزيعات الاحتمالية المتصلة
Continuous Probability Distribution

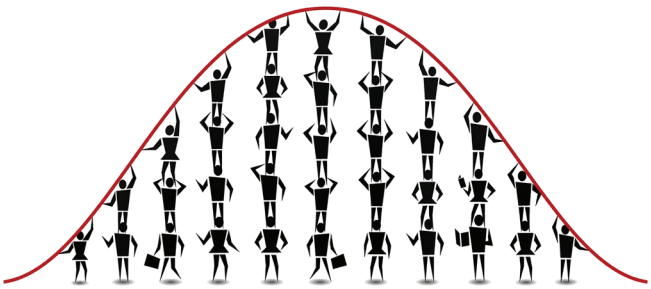
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

في هذا الدرس

- أتعرّف التوزيع الاحتمالي المتصل (التوزيع الطبيعي)، وأوجده، وأفسّره لاتخاذ القرارات المناسبة.
- أحسب الاحتمالات باستخدام التوزيع الطبيعي.

- **فكرّ** هل يمكنك تطبيق توزيع احتمالي للمتغير العشوائي المتصل؛ كما هو الحال مع المتغير العشوائي المنفصل؟
- **كيف** يمكن أن تظهر القيم في الدالة الاحتمالية، وفي تمثيلها البياني؟

التوزيع الاحتمالي المتصل

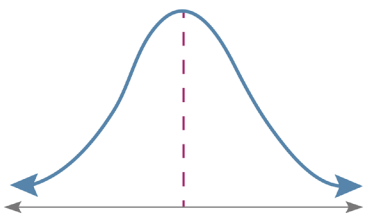


هو أن يأخذ المتغير العشوائي المتصل X قيمًا صحيحة وكسرية؛ أي أن المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، ويعطى التوزيع الاحتمالي المتصل بشكل صيغة رياضية تسمى دالة الكثافة الاحتمالية ويرمز لها بالرمز $f(x)$.

ويعد التوزيع الطبيعي أشهر وأهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة وأكثرها استخدامًا في أغلب الجوانب النظرية والتطبيقية، وله استخدامات متعددة لوصف النمط التكراري للعديد من الظواهر حولنا، مثل درجة الحرارة والطول والكتلة والدخل والأخطاء العشوائية الناتجة عند تحليل الانحدار.

والتوزيع الطبيعي توزيع احتمالي مستمر يتصف بالخصائص الآتية:

1. يتخذ المنحنى شكل الجرس.
2. يكون المنحنى متماثلًا؛ حيث يقسمه المستقيم الرأسي المار بالوسط؛ إلى قسمين متساويين.
3. تكون المساحة تحت المنحنى (قيمة الاحتمال) تساوي 1.
4. تتساوى عند الخط المستقيم الرأسي المار بالوسط؛ قيمة المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
5. يقترب المنحنى من المحور الأفقي X، ولكنه لا يمسّه ولا يتقاطع معه.



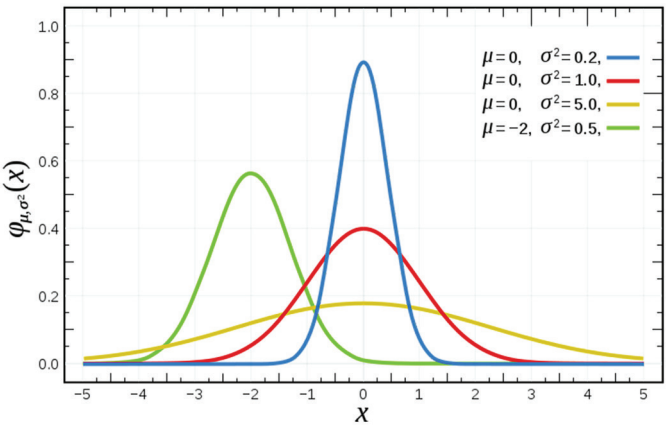
المتوسط = الوسيط = المنوال

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

التوزيع الطبيعي (Normal Distribution):

هو عبارة عن معادلة رياضية تحدّ المنحنى. وتعطى صيغة هذه المعادلة بالشكل الآتي:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad ; -\infty < \mu < \infty \ , \sigma > 0$$



حيث (μ) يمثل المتوسط الحسابي للتوزيع وهو قيمة X المناظرة للقيمة العظمى على المنحنى، أما (σ^2) يمثل التباين ومدى انتشار البيانات في التوزيع. ويوضح الشكل المجاور أثر المتوسط الحسابي والتباين على شكل منحنى التوزيع الطبيعي.

يمكن تسهيل حساب الاحتمال في التوزيع الطبيعي، من خلال تحويله إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام جداول خاصة.

التوزيع الطبيعي المعياري (Standard Normal Distribution):

التوزيع الذي يكون متوسطه الحسابي صفر، وتباينه واحد.

نظرية:

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي μ وتباين σ^2، فإنه باستخدام صيغة التحويل: $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$؛ يصبح التوزيع توزيعًا طبيعيًا معياريًا.

الجدول المرفق 1 و2 في الملحق هو الجدول المستخدم في حساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي المعياري.

إثـــراء

تحويل التوزيع الاحتمالي إلى توزيع طبيعي

يمكن تحويل أي توزيع احتمالي إلى توزيع طبيعي من خلال معرفة الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع أو البيانات؛ بحيث يكون متوسط وتباين التوزيع الطبيعي هو نفس المتوسط والتباين للتوزيع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

مثال 1

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري، أوجد كلًّا من:

a. نسبة المساحة أقل من $Z = 1.56$ $P(Z < 1.56)$

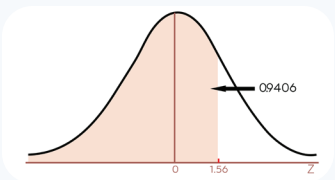
b. نسبة المساحة أكبر من $Z = 1.20$ $P(Z > 1.20)$

c. نسبة المساحة المحصورة بين $Z = -0.8$ و $Z = 0.15$ $P(-0.8 < Z < 0.15)$

الحل:

a. إيجاد قيمة الاحتمال $P(Z<1.56)$ من الجدول المرفق **1** في الملحق، عن طريق تقاطع الصف **1,5** مع العمود 0.06، فيكون:

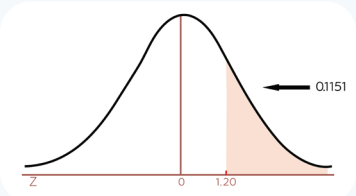
$P(Z<1.56)=0.9406$.



لاحظ:

جدول التوزيع الطبيعي يعطي فقط المساحة التي على يسار Z، ولأن المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد؛ نطرح قيمة الاحتمال الجدولية من الواحد لنحصل على المساحة على يمين Z.

نسبة المساحة أقل من $Z = 1.56$ هي 94.06%

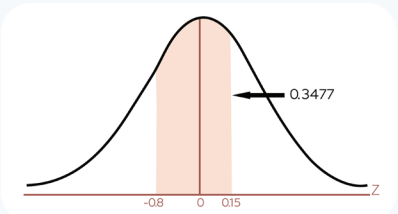


b. $P(Z > 1.20) = 1 - P(Z \leq 1.20) = 1 - 0.8849 = 0.1151$

نسبة المساحة أكبر من $Z = 1.20$ هي 11.51%

c. حساب الاحتمال المحصورة بين $Z = -0,8$ و $Z = 0,15$

$P(-0.8 < Z < 0.15) = P(Z < 0.15) - P(Z < -0.8) = 05596 - 0.2119 = 0.3477$



نسبة المساحة المحصورة بين $Z = -0.8$ و $Z = 0.15$ هي 34.77%

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 1

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق في الملحق، أوجد كلًّا من:

1. نسبة المساحة أقل من $Z = 1.17$. $P(Z < 1.17)$
2. نسبة المساحة أكبر من $Z = -0.50$. $P(Z > -0.50)$

مثال 2

أوجد قيمة Z إذا كانت:

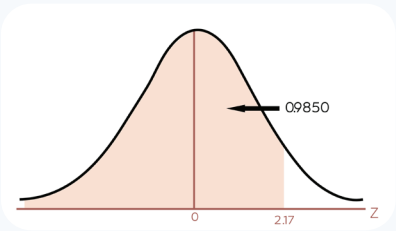
a. نسبة المساحة أقل من Z تساوي **0,9850**

$$P(Z < z) = 0.9850$$

b. نسبة المساحة أكبر من Z تساوي **0,6628**

$$P(Z > z) = 0.6628$$

الحل:

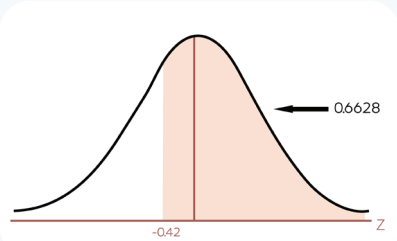


a. إيجاد قيمة Z من خلال البحث داخل الجدول الطبيعي المعياري للقيم الموجبة (الجدول المرفق 1 في الملحق) عن احتمال 0.9850، فإنها تقع عند تقاطع الصف 2.1 مع العمود الأول 0.07، فتكون $Z=2.17$ ، كما في الشكل المجاور:

b. إيجاد قيمة الاحتمال الأقل من 0.6628 بطرحها من الواحد لإيجاد الاحتمال يسار قيمة Z.

المساحة أقل من $Z-1=$ نسبة المساحة أكبر من Z

$$P(Z > z) = 1 - P(Z < z)$$
$$0.6628 = 1 - P(Z < z)$$
$$P(Z < z) = 1 - 0.6628 = 0.3372$$



ثم لإيجاد قيمة Z لابد من البحث داخل الجدول الطبيعي المعياري للقيم السالبة (الجدول المرفق 2 في الملحق) عن 0.3372، فإنها تقع عند تقاطع الصف -0.4 مع العمود الأول 0.02 فتكون $Z = -0.42$، كما في الشكل المجاور. فنجد أن $Z = -0.42$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تحقق من فهمك 2

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري أوجد نسبة المساحة الأقل من Z والتي تساوي 0.9357.

مثال 3

إذا كانت درجات 600 طالب في مقررٍ ما تتبع توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط حسابي 72 وانحراف معياري 8، وكانت درجة النجاح هي 60، أوجد:

a. النسبة المئوية للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78.

b. عدد الطلاب الراسبين.

الحل:

a. إيجاد النسبة المئوية للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78:

$$P(62 < X < 78) = P\left(\frac{62-72}{8} < Z < \frac{78-72}{8}\right) = P(-1.25 < Z < 0.75)$$

$$= P(Z < 0.75) - P(Z < -1.25) = 0.7734 - 0.1056 = 0.6678$$

إذن نسبة الطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78 هي 66.78%

b. إيجاد عدد الطلاب الراسبين:

بما أن أقل درجة للنجاح هي 60 فإن نسبة (احتمال) الطلاب الذين حصلوا على درجة أقل من 60:

$$P(X < 60) = P\left(Z < \frac{60-72}{8}\right) = P(Z < -1.50) = 1 - P(Z < 1.50) = 1 - 0.9332 = 0.0668$$

إذن نسبة الطلاب الراسبين تساوي تقريبًا 6.68%، ولإيجاد عددهم نتبع الآتي:

$$0.0668 \times 600 = 40.08 \approx 40$$

وهذا يعني أن 40 طالبًا - تقريبًا - رسبوا في هذا المقرر.

تحقق من فهمك 3

1. من المثال (3) كم عدد الطلاب الحاصلين على درجة 90 فأعلى في المقرر؟
2. كم عدد الطلاب الناجحين في المقرر؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تقويم ختامي

1: عيّن نوع المتغير العشوائي (متصل، منفصل) في العبارات الآتية:

a. عدد الأطفال في الأسرة.

b. معدل هطول الأمطار على مدار عام.

c. نسبة الزيوت الطيارة في البخور.

d. متوسط عدد ساعات الجرد السنوي في المخازن.

e. عدد السكان في جمهورية التشيك.

f. معدل النمو السكاني في دول الخليج العربي.

g. عدد الأهداف التي سجلها أحد اللاعبين.

h. أوزان الطلاب في مدارس مدينة صبيا.

i. سرعة المركبات والسيارات التي تعبر طريق الملك عبد الله.

j. أطوال الطلاب الملتحقين بكلية الملك فهد للعلوم الأمنية.

2: عند إلقاء قطعة نقود معدنية مرتين على التوالي؛ ثم ملاحظة الوجه الظاهر، أوجد الاحتمالات الآتية:

a. ظهور الكتابة مرتين.

b. ظهور الصورة في الرمية الأولى.

c. ظهور الكتابة في الرمية الثانية.

3: تنتج إحدى شركات المشروبات نوعًا معينًا من العصائر؛ يستمر الإنتاج خلال دورتي عمل بحيث إن 70% من الإنتاج اليومي من الدورة الأولى. من دراسة المنتج وجد أن نسبة العبوات السليمة من إنتاج الدورة الأولى 95% ونسبة العبوات السليمة من إنتاج الدورة الثانية 97%. إذا سحبت إحدى العبوات عشوائيًّا وكانت سليمة فما احتمال أن تكون من إنتاج الدورة الثانية؟

4: صندوق به 10 ثمرات منها 3 تالفة، اختيرت منه ثمرتان. احسب احتمال أن تكون إحداهما تالفة.

5: تتعطل ماكينة لتصنيع الحلوى في المتوسط خمس مرات في الأسبوع. ما احتمال تعطل الماكينة ثلاث مرات خلال أسبوع؟

6: في إحـدى المـدن الصغيرة وجـد أن أعلى درجة حرارة مسـجلة يوميًّا - خلال فصل الربيع - متوسـطها $20^{\circ}C$ بانحـراف معياري $5^{\circ}C$. بفرض أن المتغير العشـوائي X (أعلى درجة حرارة يوميًّا) يخضـع للتوزيع الطبيعي، أوجد الاحتمال للأيام التي تكون أعلى درجة حرارة فيها:

a. تتراوح بين $22^{\circ}C$ و$26^{\circ}C$

b. على الأقل $28^{\circ}C$

7: إذا أجري اسـتفتاء لمسـتخدمي شـبكة الاتصالات في مدينة الجوف؛ حول البدء بتقديم خدمات الجيل الخامس لسـكان المدينة مقابل رسـوم إضافية، فأجاب 68% منهم بالموافقة، ورفض 20% وامتنع البقية عن التصويت. فهل يخضع هذا الاستفتاء لتوزيع ذي الحدين؟ فسّر إجابتك.

8: إذا كان المتوسط الحسابي لتلف عدد من آلات التصوير هو ثلاث آلات في المستودع الواحد؛ احسب:

a. احتمال عدم حدوث تلف.

b. احتمال حدوث تلفين.

c. احتمال حدوث تلفين على الأقل. تنبيه: استخدم مسلمة الاحتمال الآتية:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

- أطبق المفاهيم والمهارات الاحتمالية في سياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام النظريات والقوانين المناسبة.

1: في إحدى الجامعات، 6% من الذكور و1% من الإناث أطوالهم أكبر من 180 cm، ونسبة الإناث إلى الذكور في هذه الجامعة هي 2 : 3 (لصالح الإناث). عند اختيار أحد الطلاب بشكل عشوائي من بين الذين أطوالهم أكبر من 180 cm، ما احتمال أن يكون الاختيار أنثى؟

2: إذا كانت نسبة الإصابة بسرطان الرئة بين المدخنين تساوي 4 أمثال النسبة بين غير المدخنين، وبفرض أن نسبة المدخنين في مجتمع ما تساوي 20% وأن نسبة الإصابة بسرطان الرئة تساوي 4%.

a. ما احتمال الإصابة بالسرطان بين المدخنين؟

b. إذا توفي شخص بسرطان الرئة؛ فما احتمال أن يكون مدخنًا؟

3: تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري عند البالغين 8%، واحتمال أن يقرر الطبيب إصابة شخص ما بهذا المرض علمًا بأنه مريض بالفعل هو 0.9، واحتمال أن يقرر إصابته علمًا بأنه غير مصاب هو 0.02. ما احتمال أن يكون شخص بالغ مريضًا بالسكري علمًا بأن الطبيب أنبأه بذلك؟

4: عند تشخيص مرض زيد؛ تبين أنه مصاب بنوع معين من الفيروس؛ وليكن X ولكن دون معرفة أي من السلالات a, b, c, d يحملها زيد، وإذا علمت أنه إذا كان المريض حاملاً الفيروس X فإن احتمالات كونه a, b, c, d هي على الترتيب 1/4, 1/8, 1/8, 1/2. ويبين المختبر أن احتمالات الشفاء من هذا المرض هي 1/2 إذا كان زيد مصابًا بالنوع a وكان حاملاً لفيروس b فإن احتمال الشفاء هو 1/3 وإذا كان احتمال الشفاء 1/4 إذا كان من النوع c وأخيرًا احتمال الشفاء 1/3 إذا كان من النوع d والمطلوب:

a. ما احتمال شفاء زيد من هذا المرض؟

b. إذا علمت أنه شفي من هذا المرض فما احتمال أن يكون حاملاً لفيروس من النوع C؟

5: إذا كان احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية في منطقة ما هو P=0.8 وذلك بعد توفير البنية التحتية الملائمة، وكان لدى وزارة الصحة خمس مناطق مختلفة، فأوجد ما يأتي:

a. اكتب شكل التوزيع (دالة) للمتغير العشوائي (عدد المناطق التي تحسنت فيها جودة الخدمات الطبية).

b. احسب احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية في ثلاث مناطق فقط.

c. احسب احتمال عدم تحسن جودة الخدمات الطبية في أي منطقة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

d. احسب احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية فيما لا يقل عن منطقتين ولا يزيد عن أربع مناطق.

e. احسب المتوسط الحسابي، والتباين، والانحراف المعياري، لهذا التوزيع.

6: إذا كان احتمال انتشار فيروس معين في فصل الشتاء يساوي 35%، وكان لدينا 20 شخصًا يعملون في مقر واحد، فما احتمال أن يكون من بينهم ثلاثة أشخاصٍ معرضين للإصابة بهذا الفيروس؟ وما احتمال أن يكون اثنان منهم - على الأكثر- معرضين للإصابة؟

7: إذا كان احتمال معاناة شخص من ردة فعلٍ سيئة عند حقنه بمصل معين هو 0.40:

a) أوجد احتمال أن يكون ثلاثة أشخاص من بين 15 شخصًا سيحقنون بالمصل لهم ردة فعل سيئة.

b) أوجد احتمال أن يكون أكثر من شخص من بين 15 شخصًا سيحقنون بالمصل لهم ردة فعل سيئة.

a. ثلاثة أشخاص.

b. أكثر من شخص.

c. ما المتوسط الحسابي لردود الفعل السيئة.

8: إذا علمتَ أن احتمال استصلاح أراضٍ زراعية بجهود فردية من المزارعين خلال عام واحد يبلغ 0.6، فإذا كان لدينا 10 أراضٍ زراعية، فما احتمال ما يأتي:

a. استصلاح ثلاث أراضٍ خلال عام.

b. استصلاح من 2 إلى 5 أراضٍ خلال عام.

c. عدم استصلاح أي أرض منها خلال عام.

9: إذا كان احتمال عدد الأشخاص في العالم الذين لديهم عيون بنفسجية يبلغ 0.001، فإذا كان لدينا 25 شخصًا، فما احتمال أن يكون من بينهم ثلاثة ذوو عيون بنفسجية اللون؟ وما احتمال أن يكون واحد منهم على الأقل ذا عين بنفسجية اللون؟

10: إذا كان المتوسط الحسابي لعدد الولادات في مستشفى الحرس الوطني ثلاث ولادات كل ساعة، فما احتمال أن يكون هناك:

a. حالة ولادة واحدة خلال ساعة معينة.

b. أربع حالات ولادة على الأكثر خلال ساعة معينة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

11: إذا كان احتمال تحسن نوعية حليب الأبقار في مزرعة ألبان هو **0.001** عند تلقيحها بأمصال معينة، فأوجد احتمال أن يكون من بين **2000** بقرة سيتم حقنها بالمصل:

a. ثلاث بقرات ستتحسن نوعية حليبها.

b. أكثر من بقرة ستتحسن نوعية حليبها.

(ملاحظة: في حال كان لتوزيع ذي الحدين احتمال P صغير جدًا وحجم عينة n كبير، فإنه يمكن تقريبه إلى توزيع بواسون من خلال $\lambda=np$.)

12: إذا كان للمتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الأشعات - من نوع خاص - التي يعملها أحد مراكز الأشعة خلال ساعة؛ توزيع بواسون **2.3** ؛ فالمطلوب:

a. اكتب شكل التوزيع الاحتمالي (دالة الكتلة الاحتمالية) للمتغير العشوائي X.

b. احسب احتمال أن يعمل المركز 3 أشعات خلال ساعة.

c. احسب احتمال أن يعمل المركز أشعتين على الأقل خلال ساعة.

d. أوجد المتوسط الحسابي لعدد الأشعات التي يعملها المركز خلال ساعة.

e. أوجد الانحراف المعياري لعدد الأشعات التي يعملها المركز خلال ساعة.

13: إذا كان متوسط نمو التطبيقات الصحية السنوي في المملكة العربية السعودية هو **5** تطبيقات، فما احتمال أن يصل عدد التطبيقات إلى **3** تطبيقات هذا العام؟

14: المتوسط الحسابي لأوزان **1000** شخص يساوي **65 kgm**، والانحراف المعياري **10 kgm**، فإذا كانت الأوزان تتبع التوزيع الطبيعي، فما نسبة الأشخاص الذين تقع أوزانهم بين **65 kgm** و**95 kgm**؟ وما عددهم؟

15: يتوزَّع مستوى الدهنيات (الكولسترول) في فئة الشباب الذكور، في إحدى الدول، توزيعًا طبيعيًّا؛ بمتوسط حسابي **158.3**، وانحراف معياري **6.6**:

a. ما احتمال أن تقل نسبة الكولسترول لدى الشباب الذكور عن **151.7**؟

b. كم شخصًا تقريبًا من بين **900** شخص يتراوح مستوى الكولسترول لديهم بين **171.5 - 145.1**؟

16: إذا كانت حموضة الدم الآدمي - مقاسة بدلالة الأس الأيدروجيني - متغيرًا عشوائيًّا طبيعيًّا متوسطه الحسابي $\mu=7.2$. وكان احتمال أن يكون مستوى الأس الأيدروجيني أكبر من **7.5** يساوي **0.0222** ، فأوجد الانحراف المعياري للتوزيع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

- أطبق المفاهيم والمهارات الاحتمالية في سـياقات عملية مرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام النظريات والقوانين المناسبة.

1: مصنع به ثلاث ماكينات A, B, C وإذا كانت الماكينة A تنتج 20% من الإنتاج، والماكينة B تنتج 30% من الإنتاج، والماكينة C تنتج 50% من الإنتاج، وكانت نسبة الإنتاج المعيب للماكينات الثلاث على الترتيب هي 4% و3% و2%، فإذا اختيرت وحدة من الإنتاج بشكل عشوائي، احسب الاحتمالات الآتية:

a. أن تكون الوحدة المسحوبة من الإنتاج معيبة.

b. إذا كانت الوحدة المسحوبة معيبة؛ أن تكون من إنتاج الماكينة B.

2: قامت إدارة الموارد البشرية في شركة بالإعلان عن توفر وظائف في الشركة، وقد أشـارت نتائج الفرز المبدئي إلى: أن نسبة المتقدمين من حملة المؤهلات هي: الدبلوم 35%، البكالوريوس 55%، أما الماجستير فقد بلغت 10%، كما أشارت نتائج الفرز إلى: أن نسبة من يملكون خبرة سابقة من المتقدمين هي 8% و9% و2% على التوالي من حملة المؤهلات، فإذا قررت الشركة اختيار موظف من المتقدمين بشكل عشوائي، فاحسب الاحتمالات الآتية:

a. أن يكون الاختيار معتمدًا على الخبرة؟

b. إذا كان المتقدم الذي جرى اختياره لديه خبرة؛ فما احتمال أن يكون من حملة درجة البكالوريوس؟

3: تستخدم شركة تصنيع أربع خطط تحليلية لتصميم وتطوير منتج محدد، لأسباب اقتصادية في أوقات مختلفة، حيث تسـتخدم الخطط: الأولى والثانية والثالثة والرابعة بنسبة 30%، 20% 35%، 15% على الترتيب، ومعدل الخلل في هذه الخطط يختلف كما يأتي:

$$P(D|P_1)=0.01, \quad P(D|P_2)=0.03, \quad P(D|P_3)=0.02, \quad P(D|P_4)=0.015$$

حيث إن $P(D|P_j)$ هي احتمال أن يكون المنتج معيبًا، علمًا بأنه جرى استخدام الخطة j.

إذا جرى رَصدُ منتجٍ ووجد أنه معيب، ما الخطة الأكثر احتمالًا أن تكون المستخدمة؛ وبالتالي مسؤولة عن العيب؟

4: إذا كان احتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم هو (3/4) واختيرت ثلاث دول، أوجد:

a. التوزيع الاحتمالي لعدد الدول التي يرتفع مؤشر سوق أسهمها.

b. متوسط التوزيع وتباينه وانحرافه المعياري.

c. احتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم لدولتين على الأقل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

5: في شركة لتعبئة المنتجات الزراعية؛ احتمال أن يكون أحد الصناديق المعبأة فيه سلع تالفة هو **0.3**، واخترنا عينة من **4** صناديق، وكان التوزيع الاحتمالي لعدد الصناديق السليمة **X** كما هو موضح في الجدول الآتي:

عدد الصناديق السليمة X	0	1	2	3	4
الاحتمال $P(X=x_i)$	0.0081	.....	0.2646	.....	0.2401

a. اذكر اسم التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي **X** واكتب دالته الاحتمالية.

b. استكمل البيانات الناقصة في الجدول.

c. احسب متوسط التوزيع وتباينه.

d. احسب احتمال الحصول على **3** صناديق على الأقل فيها سلع تالفة.

6: قدرت شركة للطيران أن احتمال وصول طائرتها التي تقلع من لندن متجهة إلى جدة في موعدها هو **0.8**، فإذا أقلعت **4** طائرات لهذه الشركة من مطار لندن متجهة إلى جده؛ فأوجد:

a. التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصل في مواعيدها.

b. متوسط عدد الطائرات التي تصل في مواعيدها، وكذلك الانحراف المعياري.

c. احتمال وصول طائرة واحدة على الأقل في موعدها.

d. احتمال وصول **3** طائرات على الأقل في مواعيدها.

7: إذا كانت نسبة التالف من المصابيح الكهربائية في مصنع تساوي **0.001** وأخذت عينة حجمها **10** مصابيح بطريقة عشوائية، فما احتمال أن يكون عدد المصابيح التالفة في هذه العينة صفرًا؟ وما احتمال أن يكون اثنين؟

8: في مصنع لإنتاج السيارات؛ من بين كل **500** سيارة توجد **50** سيارة غير صالحة للاستعمال، وسحبت عينة مكونة من **4** سيارات من إنتاج ذلك المصنع؛ أوجد احتمال أن يكون من بينها ثلاث سيارات غير صالحة للاستعمال.

9: إذا كان عدد البواخر التي تصل إلى ميناء ما في اليوم يتبع توزيع بواسون بمتوسط باخرتان، وكانت التسهيلات في الميناء تستطيع خدمة ثلاث بواخر فقط في اليوم، وإذا زاد العدد عن ذلك تقوم إدارة الميناء بتحويل البواخر إلى ميناء آخر. فما احتمال أن تقوم إدارة الميناء في أحد الأيام بتحويل بواخر إلى الميناء الآخر.

10: إذا كان متوسط عدد الداخلين إلى محل تجاري خلال دقيقة هو 3 زبائن؛ أوجد الاحتمالات الآتية:

a. عدم دخول أي زبون خلال دقيقة معينة.

b. دخول 4 زبائن فقط خلال دقيقة واحدة.

11: إذا كان X هو عدد المراجعين الذي يستقبلهم قسم إدارة الموارد البشرية خلال يوم واحد، متغيرًا عشوائيًا له توزيع بواسون بمتوسط 7 مراجعين؛ فالمطلوب:

a. اكتب شكل التوزيع الاحتمالي (دالة الكتلة الاحتمالية) للمتغير العشوائي X.

b. احتمال أن يستقبل القسم 4 مراجعين خلال اليوم الواحد.

c. احتمال ألّا يستقبل القسم أي مراجع خلال اليوم الواحد.

d. التباين الخاص بعدد المراجعين للقسم خلال اليوم الواحد.

12: إذا كان متوسط عدد الشركات الأسبوعية على مؤشر زيادة سوق الأسهم المحلي هو 3 شركات؛ فما احتمال أن يزيد المؤشر في أحد الأسابيع لشركتين.

13: إذا كانت أعمار المصابيح الكهربائية تتبع توزيعًا طبيعيًّا متوسطه μ يساوي 100 ساعة وانحرافه المعياري σ يساوي 8 ساعات، واخترنا مصباحًا عشوائيًّا؛ فما احتمال أن:

a. يزيد عمره عن 116 ساعة.

b. يتراوح عمره بين 90 و120 ساعة.

14: تستعمل آلة لتعبئة عبوات بالمياه المعدنية، حيث تختلف كمية الماء اختلافًا ضئيلًا بين العبوات. إذا كان حجم الماء في 120 عبوة يتبع توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط حسابي 1.1 لتر، وانحراف معياري 0.02 لتر، فأجب عما يأتي:

a. كم عبوة تقريبًا يكون حجم الماء فيها أقل من 1.06 لتر؟

b. ما احتمال أن يكون حجم الماء في العبوات بين 1.08 لتر و1.14 لتر؟

15: إذا كانت الأجور الأسبوعية للعاملين في أحد المصانع مُوزَّعة طبيعيًّا بمتوسط 210 دولارات، وانحراف معياري مقداره 10 دولارات. أوجد احتمال الاختيار العشوائي لعاملٍ يتراوح أجره بين 184 و233 دولارًا.

16: إذا كان مؤشر إغلاق سوق الأسهم يتبع توزيعًا طبيعيًّا متوسطه 6000 نقطة وانحرافه المعياري 1000 نقطة، فأوجد احتمال أن يتراوح مؤشر إغلاق السوق بين 5700 و6100 نقطة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447



صمِّمْ استبانة إلكترونية في مسارك التخصصي تتطلب الإجابة عن سؤال محدد لطلاب مدرستك؛ على أن يكون حساب احتمال نتائج السؤال تطبيقًا على توزيع ذي الحدين:

a. مثّل نتائج الاستبيان تقنيًّا باستخدام تمثيل بياني مناسب، وبرر سبب اختيار هذا النوع من التمثيل البياني.

b. إذا كان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين كانت إجابتهم عن هذا السؤال بنعم؛ حدد نوع المتغير العشوائي ومن ثم اكتب دالته الاحتمالية.

c. إذا كان المتغير العشوائي Y يدل على عدد الطلاب الذين كانت إجابتهم عن هذا السؤال بلا؛ اكتب دالته الاحتمالية.

d. أوجد الانحراف المعياري، مع تفسير القيمة التي تم الحصول عليها.

e. لنفرض أنه تمت زيادة حجم العينة إلى 1000 طالب وكان المتغير العشوائي Y يدل على عدد الطلاب الذين كانت إجابتهم عن هذا السؤال بلا، وحيث إنه عند زيادة حجم العينة أصبحت نسبة الطلاب الذين أجابوا بلا هي 0.005. في هذه الحالة هل يفضل استخدام توزيع ذي الحدين أم توزيع بواسون؟ مع ذكر السبب وكتابة صيغة التوزيع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

الملحق

المرفق 1: جدول التوزيع الطبيعي المعياري لقيم Z الموجبة.

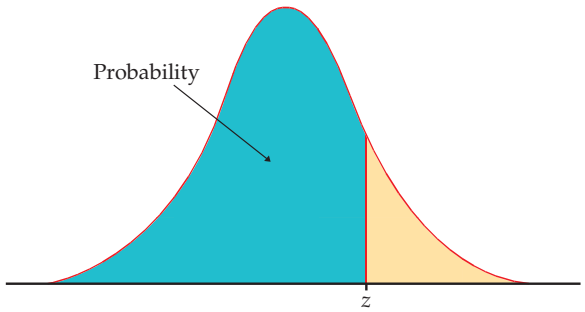


Table entry for *z* is the area under the standard normal curve to the left of *z*.

TABLE A

Standard normal probabilities (continued)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

وزارة التعليم
Ministry of Education
2025 - 1447

المرفق 2: جدول التوزيع الطبيعي المعياري لقيم Z السالبة.

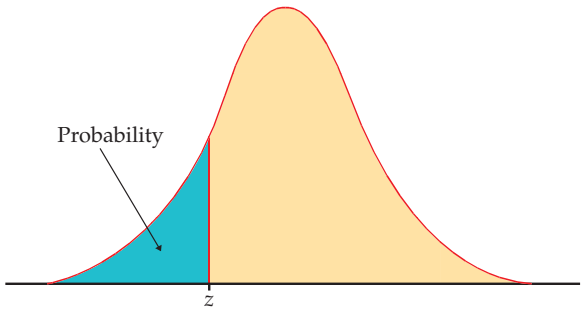


Table entry for *z* is the area under the standard normal curve to the left of *z*.

TABLE A

Standard normal probabilities

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641